

## Uvod u numeričke metode

- Matematičko modeliranje
- Numeričke metode proračuna
- Matematički zadaci i problemi
- Postupci i pogreške kod matematičkog modeliranja
- Računala, programi i sustavi
- Geotehnički zadaci

### Matematičko modeliranje

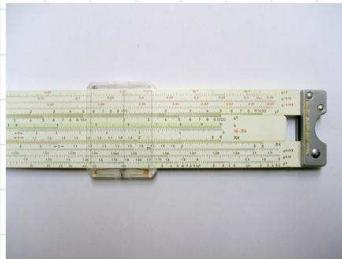
- Model – uzorak ili matematički opis sustava kojim se objašnjava neko stanje ili moguće ponašanje u različitim uvjetima (predviđanje) na temelju utvrđenih zakonitosti
- Vrste modela
  - Fizički (eksperimentalan)
  - Teorijski (matematički model)
- Modeliranje – postupak izrade fizičkih ili teorijskih modela koji se promatraju kao zamjena za stvarnost
- Matematički model – sklop funkcija koje opisuju odnose između različitih varijabli koje predstavljaju stanje, svojstva ili procese promatranoj fizikalnog sustava
- Fizikalni sustav – sustav koji je određen fizikalnim zakonima, početnim i/ili rubnim uvjetima te ostalim ograničenjima

### Matematičko modeliranje

- Matematički modeli
  - Linearni ili nelinearni
  - Deterministički ili probabilistički
  - Statički ili dinamički
  - Kontinuirani ili diskretni
- Matematičko modeliranje – postupak postavljanja te rješavanja matematičkog modela primjenom različitih metoda proračuna
- Metode proračuna
  - Analitičke
  - Grafičke
  - Numeričke

## Numeričke metode proračuna

- Metode za rješavanje matematičkih problema (modela) koji se ne mogu rješiti općenito i točno pa se rješavaju približno primjenom različitih metoda numeričke matematike uz pomoć određene tehnike računanja
- Računalna tehnologija

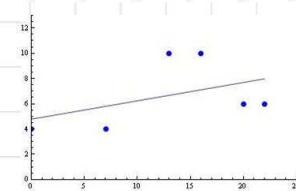
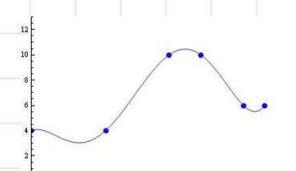


## Matematički zadaci i problemi numeričkih metoda proračuna

- Matematički zadaci
  - Interpolacija i aproksimacija funkcija
  - Numeričko deriviranje i integriranje
  - Optimizacija funkcije
  - Rješavanje sustava linearnih i nelinearnih jednadžbi
  - Rješavanje običnih i parcijalnih diferencijalnih jednadžbi
- Tipični problemi
  - Dijeljenje s nulom
  - Više mogućih rješenja
  - Divergencija rezultata
  - Kompleksna rješenja

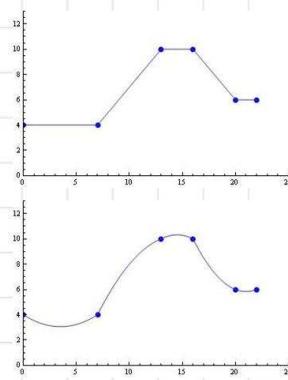
## Interpolacija i aproksimacija funkcija

- Interpolacija numeričke funkcije najčešće se odvija interpolacijskim polinomom (Newtonova metoda, Lagrangeova, ...) ili trigonometrijskom interpolacijom
- Aproksimacija numeričke funkcije metodom usrednjavanja najčešće se izvodi Gaussovom metodom najmanjih kvadrata



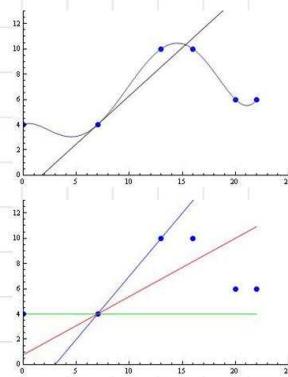
## Interpolacija i aproksimacija funkcija

- Interpolacijski splajn – predstavlja objekt koji se sastoji od niza interpolacijskih polinoma definiranih na intervalima interpolacije



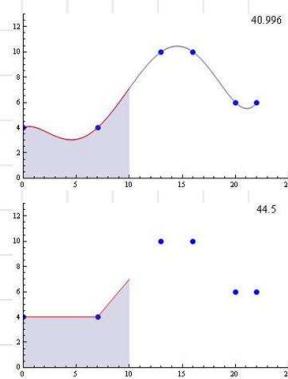
## Numeričko deriviranje

- Deriviranje interpolacijske funkcije
- Aproksimacija diferencijama
  - Aproksimacija diferencijom unaprijed
  - Aproksimacija diferencijom unatrag
  - Aproksimacija centralnom diferencijom



## Numeričko integriranje

- Određenim integralom na interpolacijskoj funkciji
- Numeričko računanje određenog integrala pomoću poznatih metoda (metoda opće kvadratne formule, interpolacijske kvadratne formule, kvadratne formule Gaussovog tipa, ...)



## Rješavanje sustava linearnih i nelinearnih jednadžbi

- Sustav linearnih jednadžbi
  - Direktne metode (Gaussova metoda eliminacije, Gauss-Jordanova metoda eliminacije, ...)
  - Iteracijske metode (Jacobijska metoda iteracije, Gauss-Seidelova metoda iteracije, metoda relaksacije, ...)
- Rješavanje nelinearnih jednadžbi
  - Rješavanje nelinearnih jednadžbi s jednom nepoznalicom (Newtonova metoda (metoda tangente), Newton-Raphsonova metoda ili metoda sekante)
  - Algebarske jednadžbe (Hornerova shema)
  - Rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi (Obične iteracije, Newtonova metoda, Gauss-Newtonova metoda bez derivacija)

## Rješavanje običnih i parcijalnih diferencijalnih jednadžbi

- Približno rješavanje (integriranje) običnih diferencijalnih jednadžbi – kod rješavanja diferencijalnih jednadžbi višeg reda razlikuju se početni i rubni uvjeti, a za te dvije klase zadataka razvijene su različite metode:
  - Eulerova metoda, metoda Runge-Kutta, metoda konačnih diferencija, metoda naleta, ...
- Približno rješavanje (integriranje) parcijalnih diferencijalnih jednadžbi
  - Metoda konačnih diferencija (MKD)
  - Metoda konačnih elemenata (MKE)
  - Ostale metode

## Postupci i pogreške kod matematičkog modeliranja

- Postupci
  - Prepoznavanje fizikalnog sustava
  - Postavljanje matematičkog modela koji najbolje opisuje promatrani fizikalni sustav
  - Odabir numeričkih metoda u rješavanju matematičkog modela
- Pogreške
  - Pogreške (pojednostavljenja) matematičkog modela
  - Pogreške numeričkih metoda proračuna
  - Pogreške (značajke) ulaznih veličina

## Računala, programi i sustavi

- Računala
  - Nulte generacije – mehaničke naprave (-1951)
  - Prve generacije – vakumske cijevi (1951-1958)
  - Druge generacije – tranzistori (1958-1964)
  - Treće generacije – integrirani krugovi (1964-1971)
  - Četvrte generacije – veliki stupanj integracije (osobna računala, radne stанице, superračunala) (1971-)
  - Pete generacije – paralelno procesuiranje/umjetne inteligencije
- Programski jezici
  - Osnovni (Fortran, C++, F#, ...)
  - Skriptni (Perl, Python, Fish, ...)
  - Interpretirani (Mathematica, Matlab, ...)

## Računala, programi i sustavi

- Računalni programi (specijalistički)
  - Zatvoreni računalni programi (*black box*)
  - Otvoreni računalni programi (*white, glass, open box*)
- Programski sustavi (ekspertni sustavi)

## Geotehnički zadaci

- Procjedivanje vode
- Proračun naprezanja i deformacija
- Analiza stabilnosti kosina
- Slijeganje i konsolidacija
- Dinamička i temperaturna opterećenja
- Interakcija između geotehničkih konstrukcija i geoloških materijala i struktura