



Sveučilište u Zagrebu  
RUDARSKO  
GEOLOŠKO  
NAFTNI FAKULTET



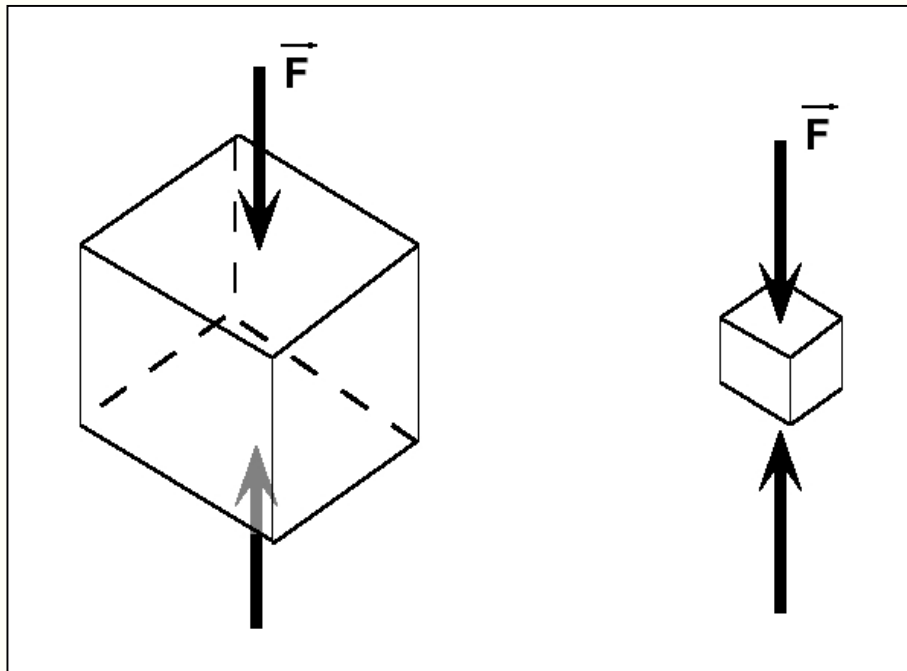
# STRUKTURNA GEOLOGIJA

**Bruno Tomljenović**

**Mehanika stijena u  
strukturnoj geologiji**

# Mehanika stijena u strukturnoj geologiji - postanak pukotina i rasjeda

Poznavanje osnova mehanike stijena i koncepta naprezanja predstavlja temelj dinamičke analize u strukturnoj geologiji. Glavni cilj ove analize je rekonstrukcija sila i naprezanja koje su prouzročile deformacije u stijenama.



Djelovanje jednakih sila na stjenke blokove različite veličine: jednaku silu manji blok "osjeća" u većoj mjeri nego veći blok. Prema tome, premda na oba bloka djeluju jednake sile, veći je utjecaj sile (tj. veća je "koncentracija naprezanja") na manji blok.

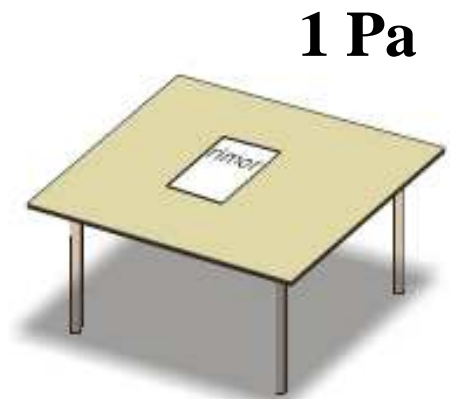
## Definicija naprezanja ili napona (engl. *stress*)

Naprezanje je fizikalna veličina kojom se u mehanici opisuje stanje tijela na koje djeluju sile. U geologiji se uobičajeno pojednostavljuje kao djelovanje sile (F) na površinu (A)

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

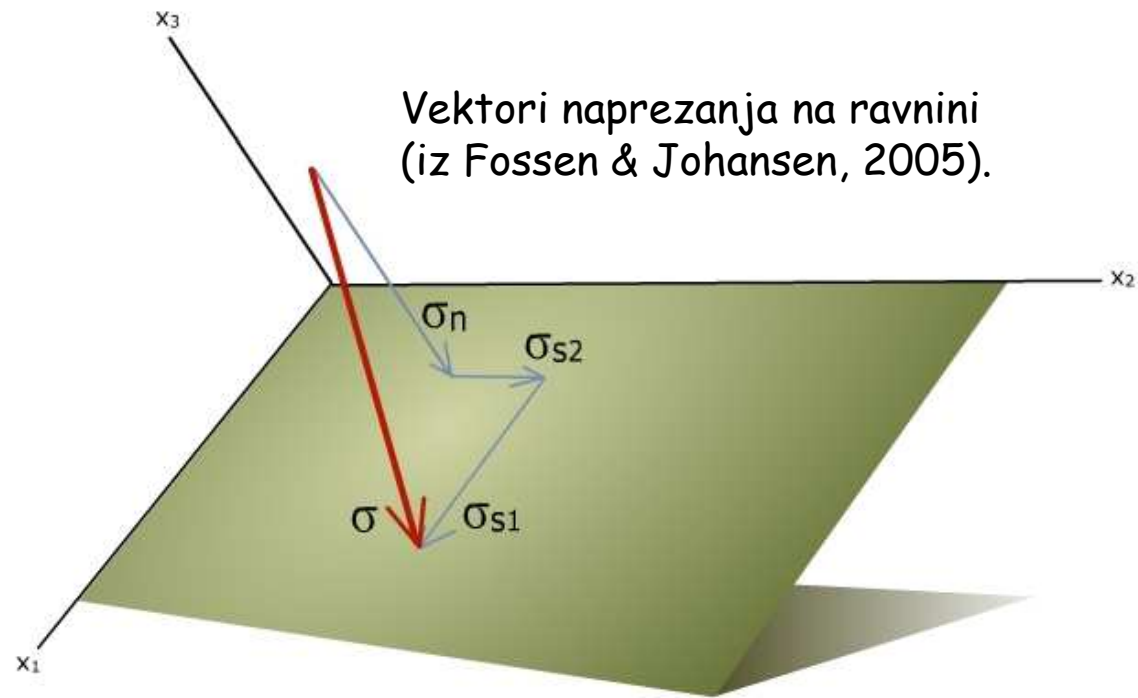
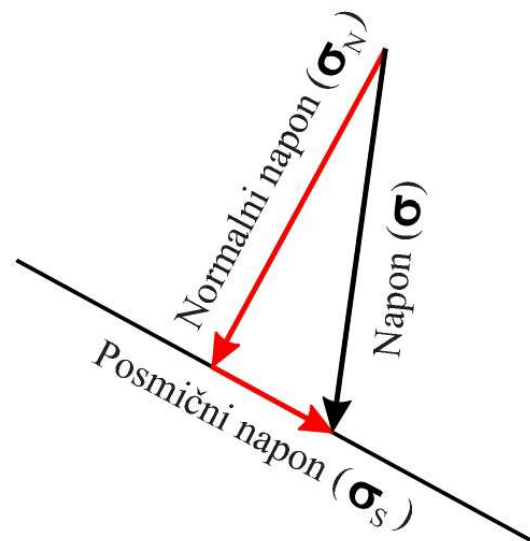
Naprezanje je vektor čija se veličina izražava u paskalima (Pa),  $1\text{Pa} = \text{N} / \text{m}^2$ .

Uobičajeno, izražava se u megapaskalima:  
 $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10 \text{ bar} = 9.8692 \text{ atm}$

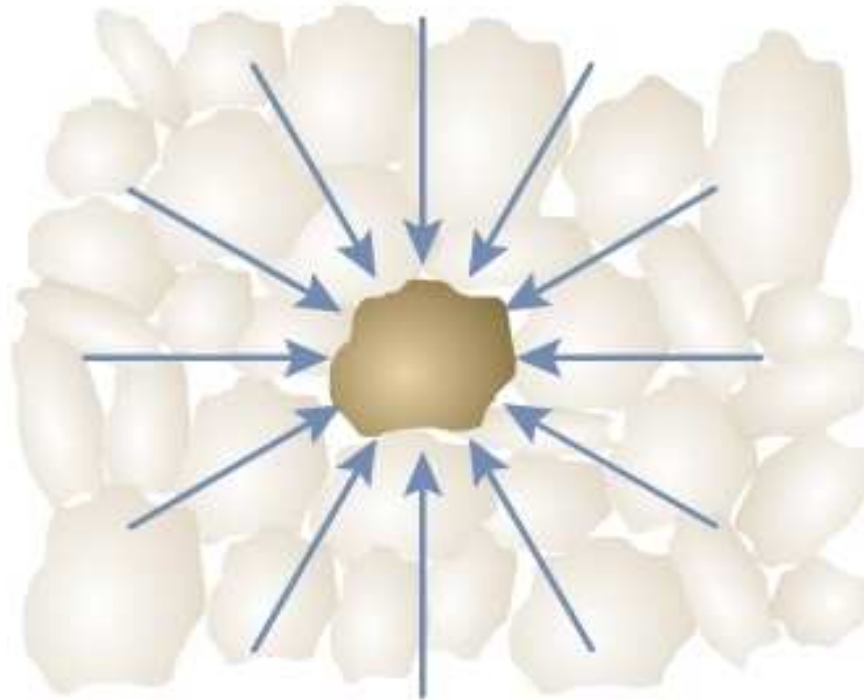


U slučaju kad vektor naprezanja ne djeluje okomito na ravninu, može se rastaviti u tri komponente:

- # komponentu koja je okomita na ravninu, tzv. normalnu komponentu naprezanja, ili kraće **normalno naprezanje** ( $\sigma_N$ ), te
- # dvije komponente koje leže u ravnini, tzv. posmične komponente naprezanja ili kraće **posmično naprezanje** ( $\sigma_S$ ).

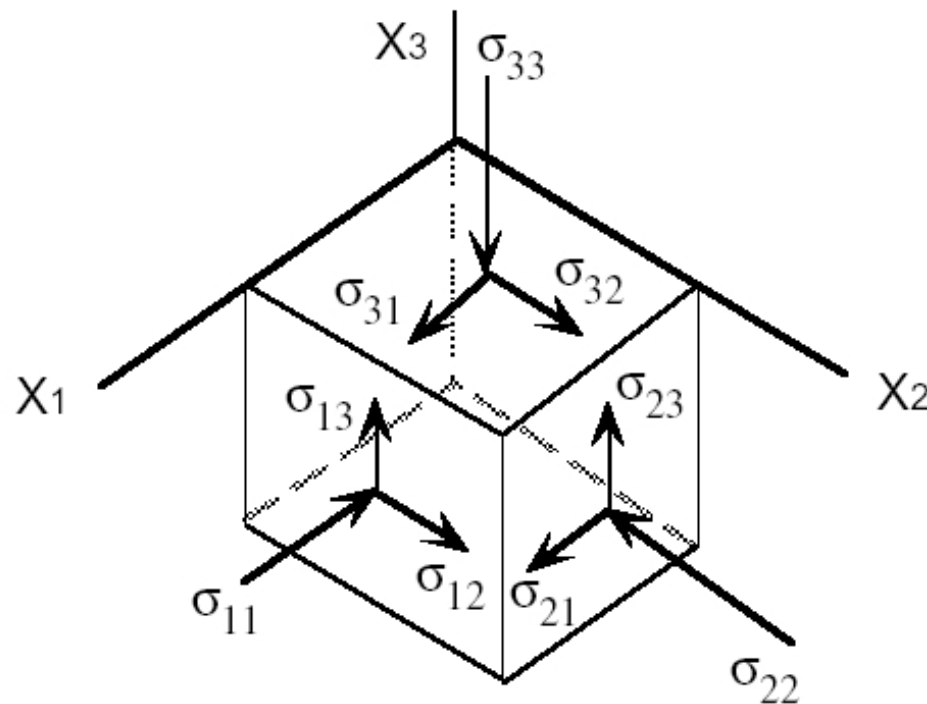


Promatramo li naprezanje u nekoj točki u podzemlju, možemo zamisliti da režim naprezanja u toj točki određuju vektori naprezanja koji djeluju iz svih smjerova.



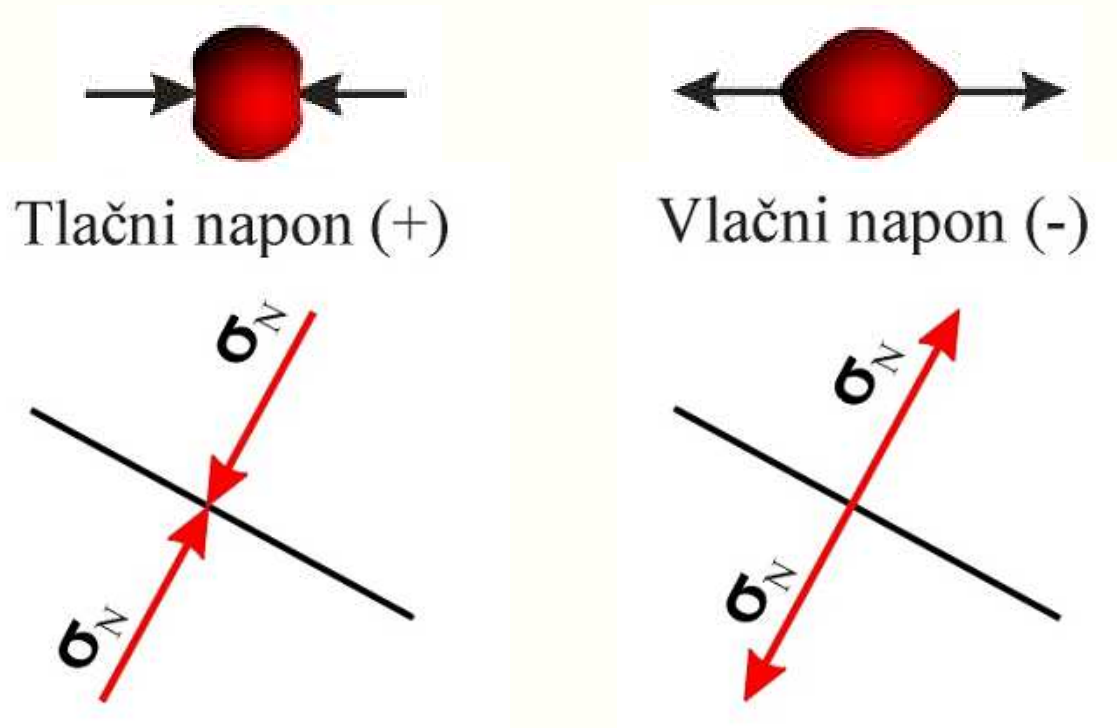
(iz Fossen & Johansen, 2005).

Ako točku u prostoru zamislamo kao kocku izrazito malenih dimenzija, stanje ili polje naprezanja u tako zamišljenoj točki definira **9 vektora naprezanja** koji čine **tenzor naprezanja ( $\sigma_{ij}$ )**.



$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

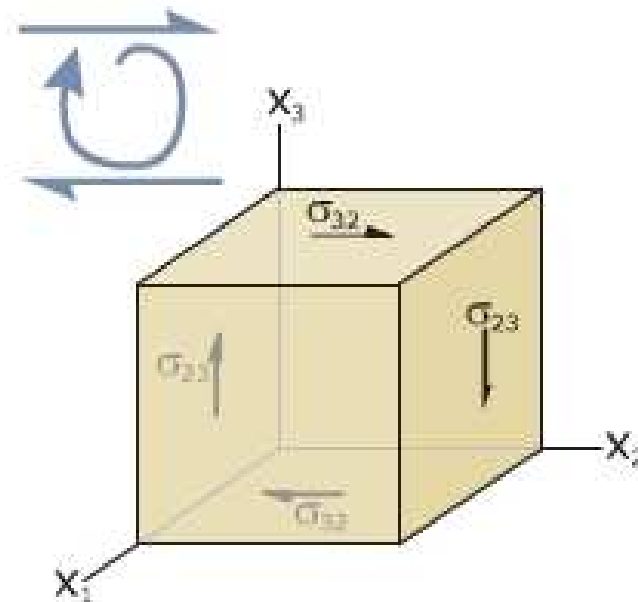
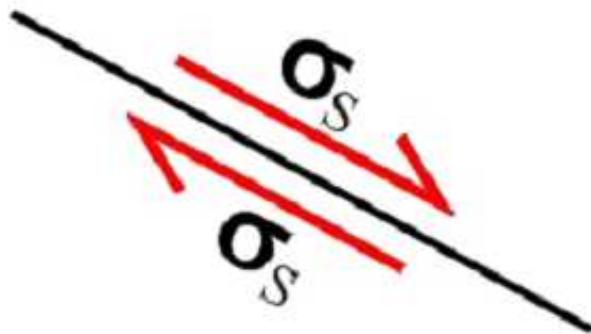
U slučaju kad su vektori normalnog naprezanja orijentirani jedan prema drugome izazivaju **tlačno naprezanje**, odnosno "pozitivno" naprezanje ili **kompresiju**.



U slučaju kad su vektori normalnog naprezanja orijentirani jedan od drugoga izazivaju **vlačno naprezanje**, odnosno "negativno" naprezanje ili **tenziju**.

Posmični vektori naprezanja koji dovode do desnog pomaka i do rotacije u smjeru kretanja kazaljki na satu čine **pozitivno posmično (tangencijalno) naprezanje**.

+ posmični napon



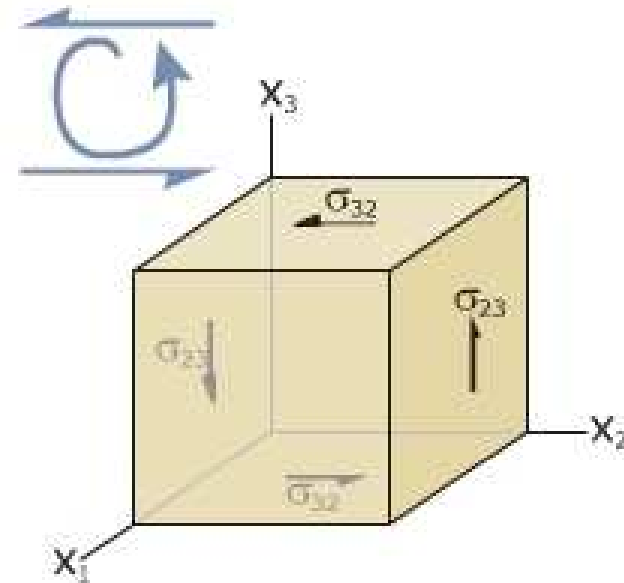
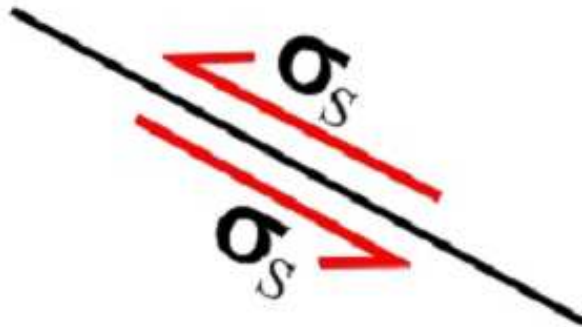
(iz Fossen & Johansen, 2005).





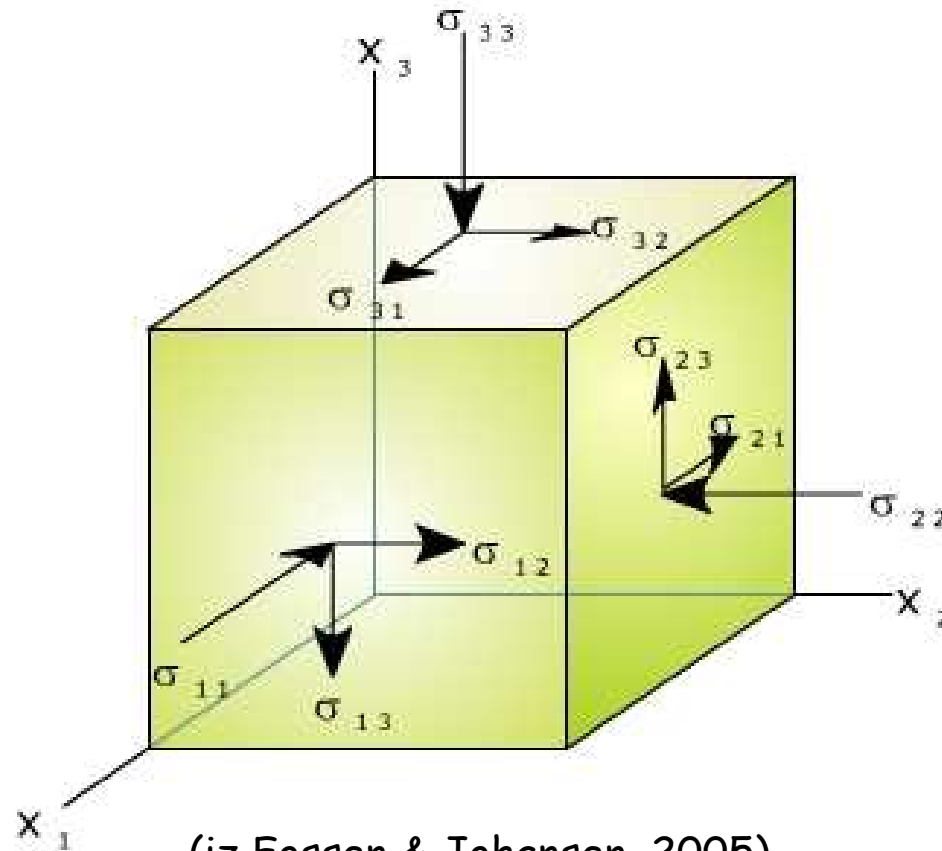
Posmični vektori naprezanja koji dovode do lijevog pomaka i do rotacije u smjeru obrnutom od kretanja kazaljki na satu čine negativno posmično (tangencijalno) naprezanje.

- posmični napon

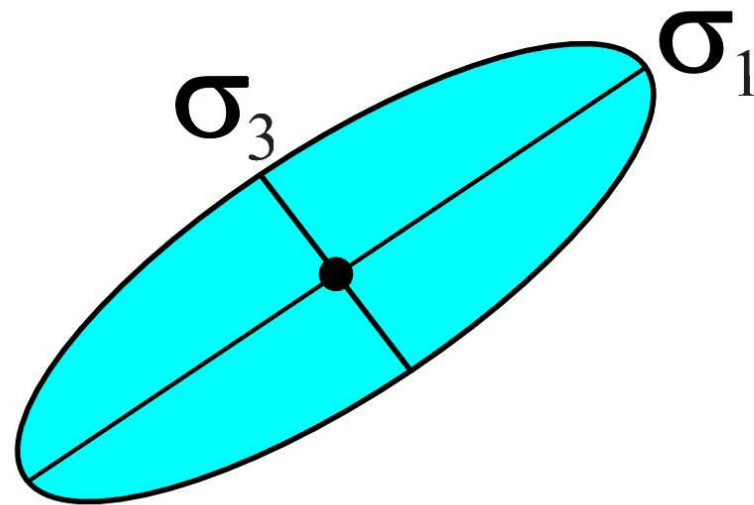


(iz Fossen & Johansen, 2005).

Tlačno naprezanje nastoji spriječiti,  
dok posmično naprezanje nastoji izazvati smicanje po  
ravnini.



U 2D prostoru, stanje naprezanja u promatranoj točki iskazuje se **elipsom naprezanja** čija je orijentacija, veličina i oblik određena orijentacijom i duljinom njenih glavnih osi.



ELIPSA NAPREZANJA  
(eng. *stress ellipse*)

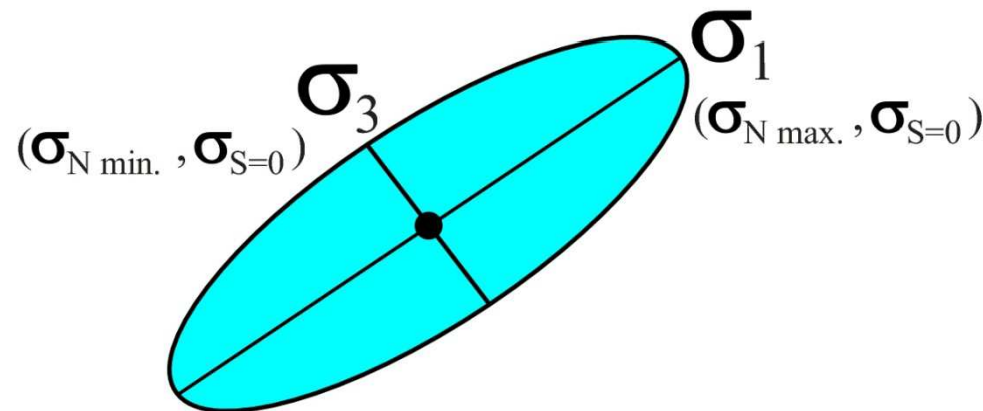
Najdulja os elipse naprezanja je **os najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ )**.

Ujedno, ova os je paralelna s vektorom najvećeg normalnog naprezanja ( $\sigma_N$ ) u promatranoj točki.

Najkraća os elipse naprezanja je **os najmanjeg naprezanja ( $\sigma_3$ )**.

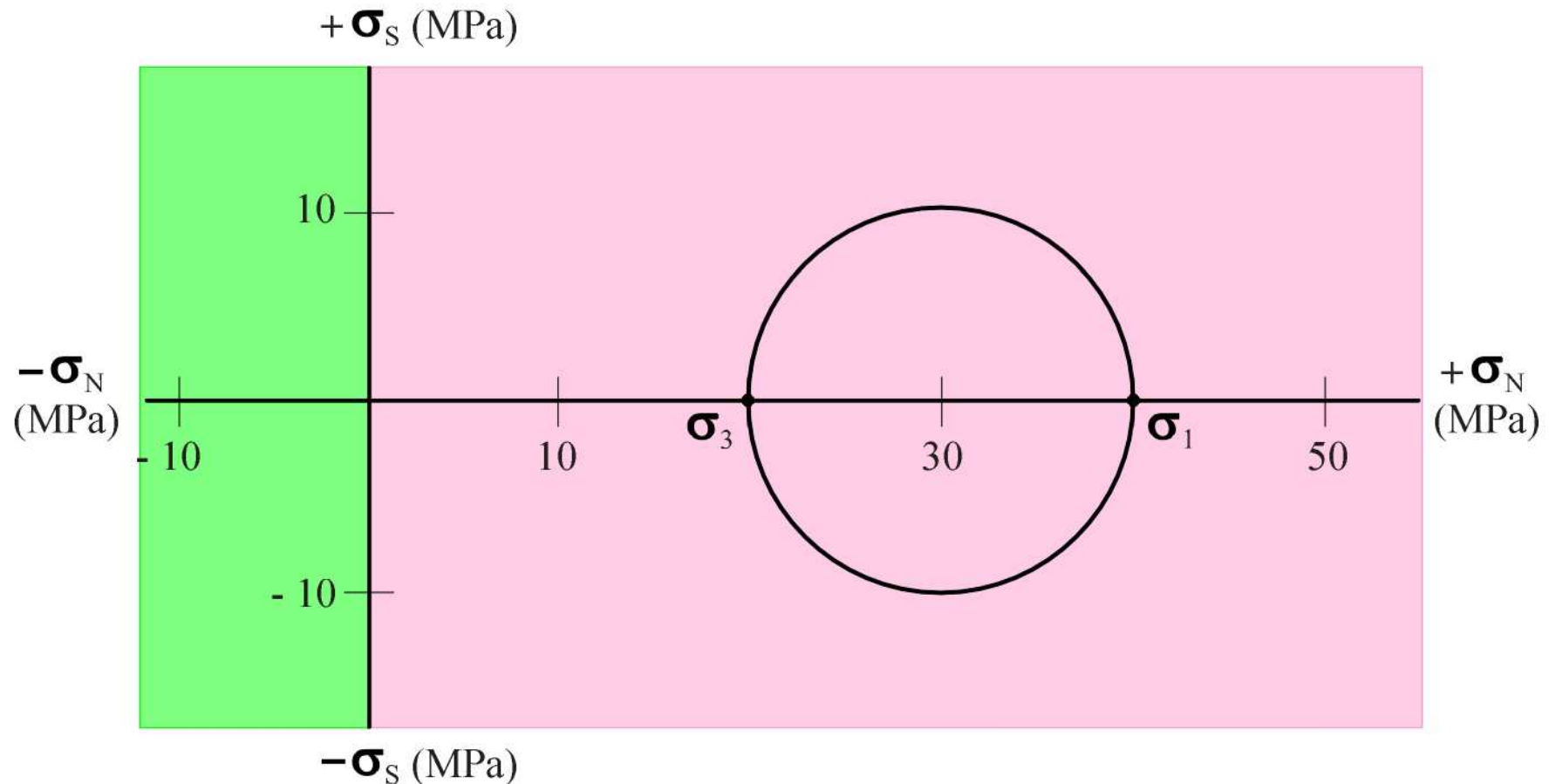
Ova os paralelna je s vektorom najmanjeg normalnog naprezanja ( $\sigma_N$ ) u promatranoj točki.

U ravninama koje su okomite na glavne osi naprezanja, **vrijednost posmičnih naprezanja je jednaka nuli ( $\sigma_S = 0$ )**.

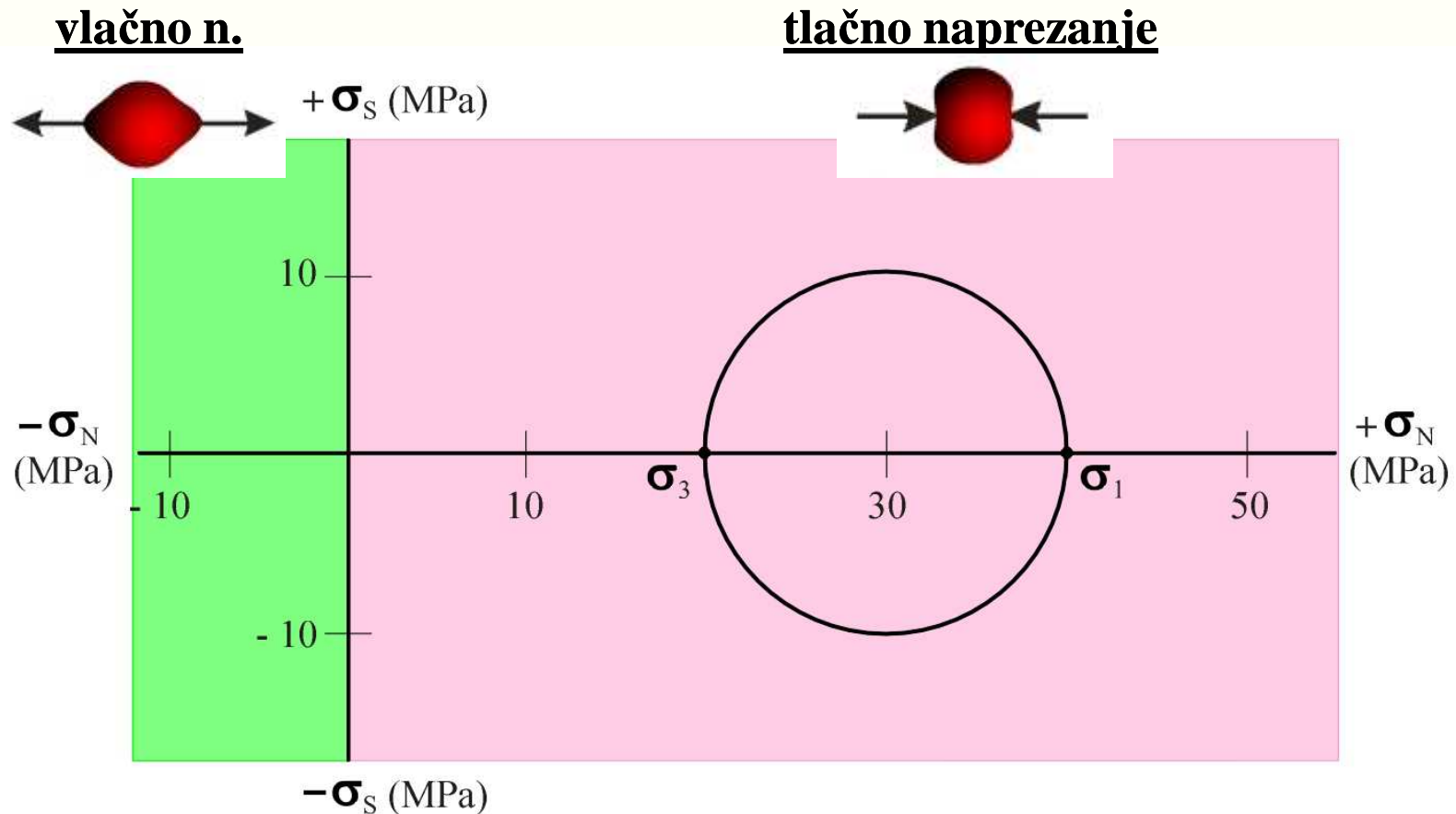


ELIPSA NAPREZANJA  
(eng. *stress ellipse*)

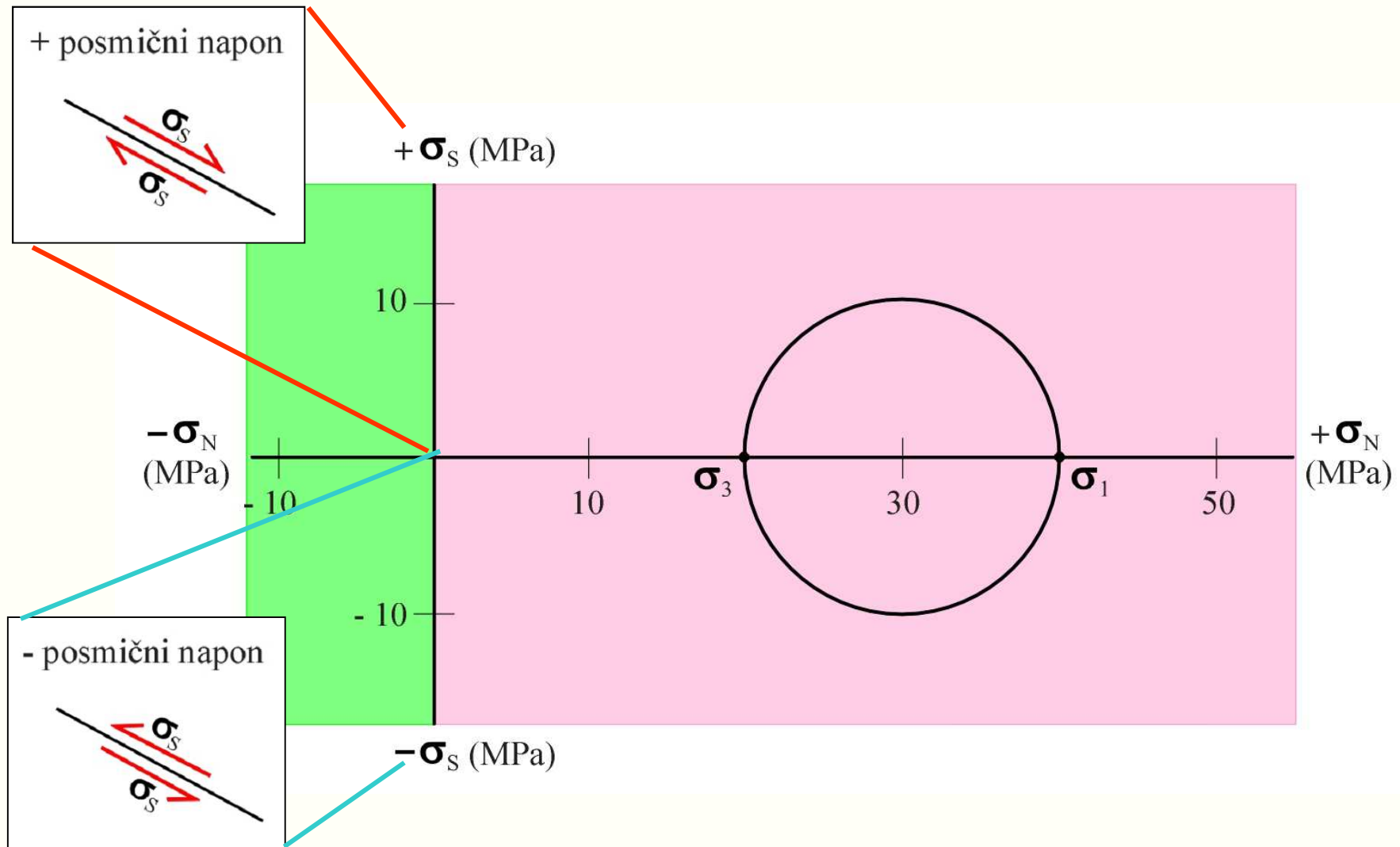
Odnos vektora normalnog i posmičnog naprezanja ( $\sigma_N/\sigma_S$ ), u 2D polju naprezanja s poznatim vrijednostima najvećeg ( $\sigma_1$ ) i najmanjeg naprezanja ( $\sigma_3$ ), grafički se može prikazati pomoću **Mohrovih kružnica naprezanja**.



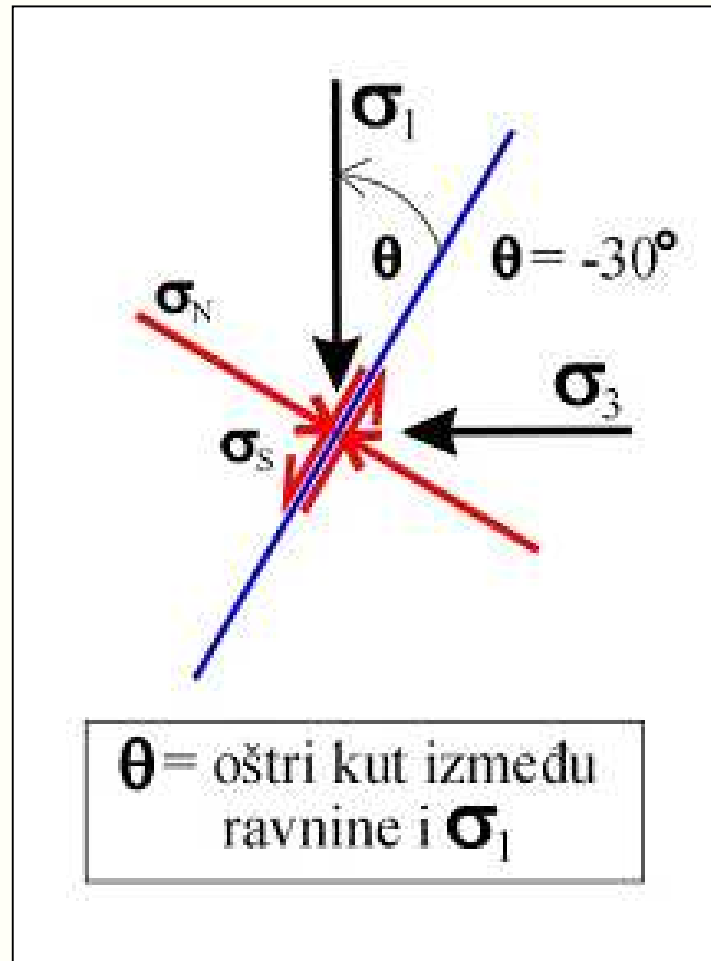
Na apscisi dijagrama nalaze se vrijednosti normalnog naprezanja ( $\sigma_N$ ), s "+" predznakom u polju tlačnog naprezanja ( $+\sigma_N$ ), odnosno s "-" predznakom u polju vlačnog naprezanja ( $-\sigma_N$ ). Vrijednosti vektora najvećeg i najmanjeg naprezanja ( $\sigma_1, \sigma_3$ ), iskazane na apscisi dijagrama i definiraju promjer Mohrove kružnice naprezanja.



Na ordinati dijagrama nalaze se vrijednosti posmičnog naprezanja ( $\sigma_s$ ), s pozitivnim i negativnim predznakom.



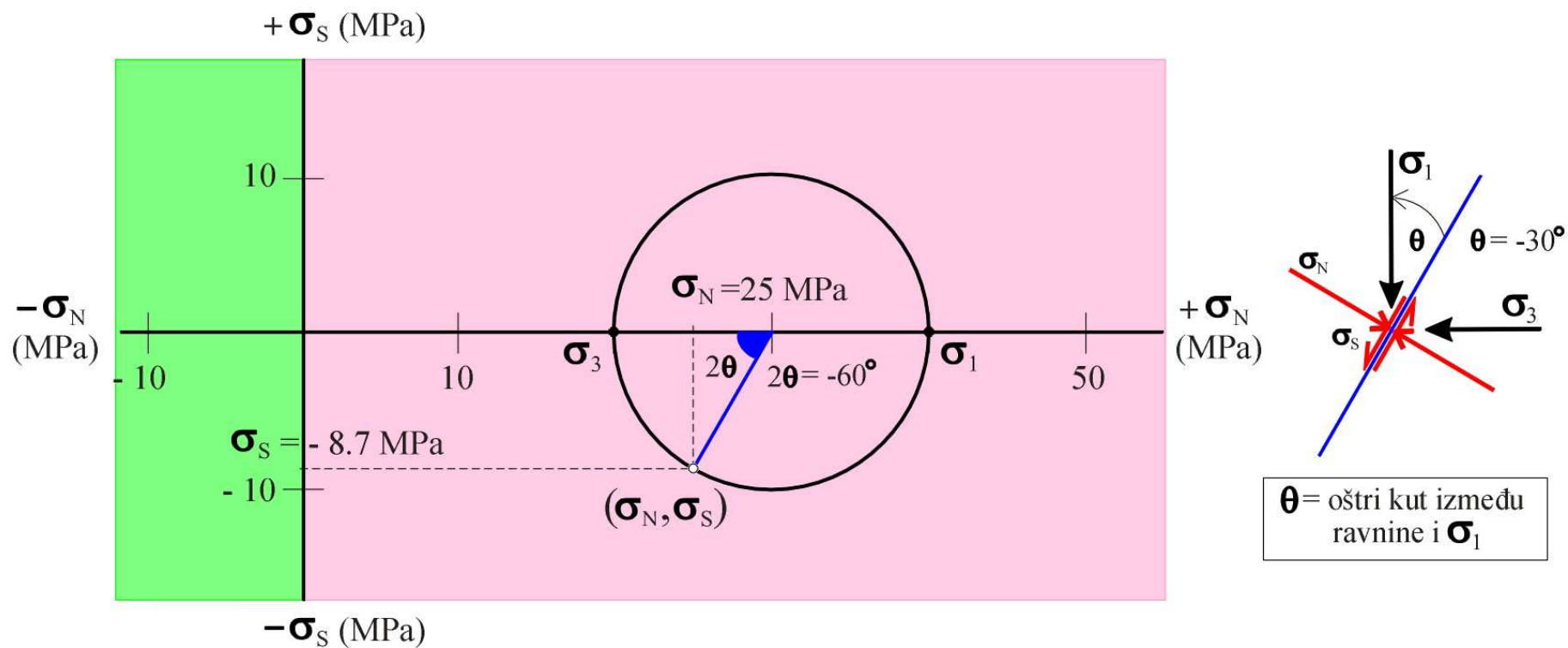
Primjer određivanja veličine vektora normalnog i posmičnog naprezanja ( $\sigma_N$  i  $\sigma_S$ ) u točki ravnine koja je pod kutom od  $-30^\circ$  prema osi najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ).



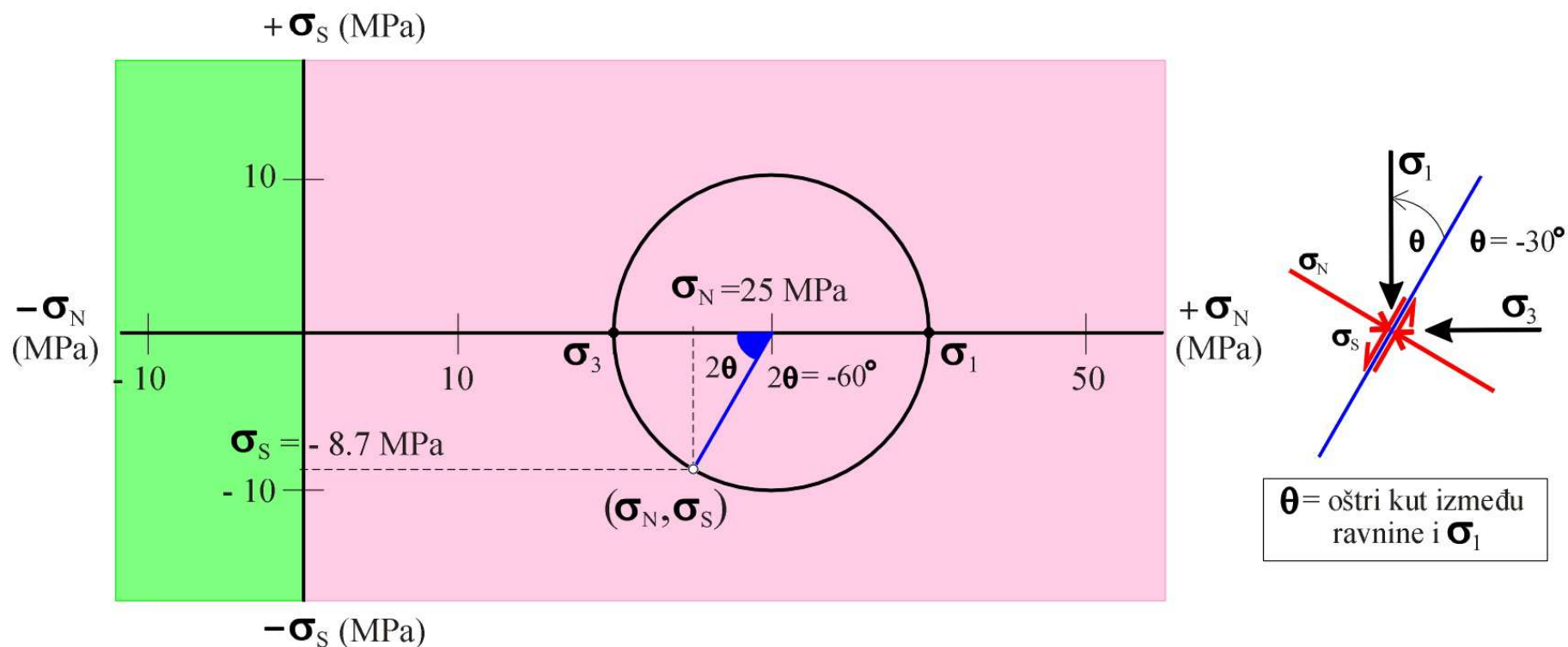
Kut  $\theta$  je oštri kut između ravnine i osi  $\sigma_1$  i ima negativan predznak ukoliko se idući od ravnine prema osi  $\sigma_1$  zatvara u smjeru obrnuto od kretanja kazaljki sata.



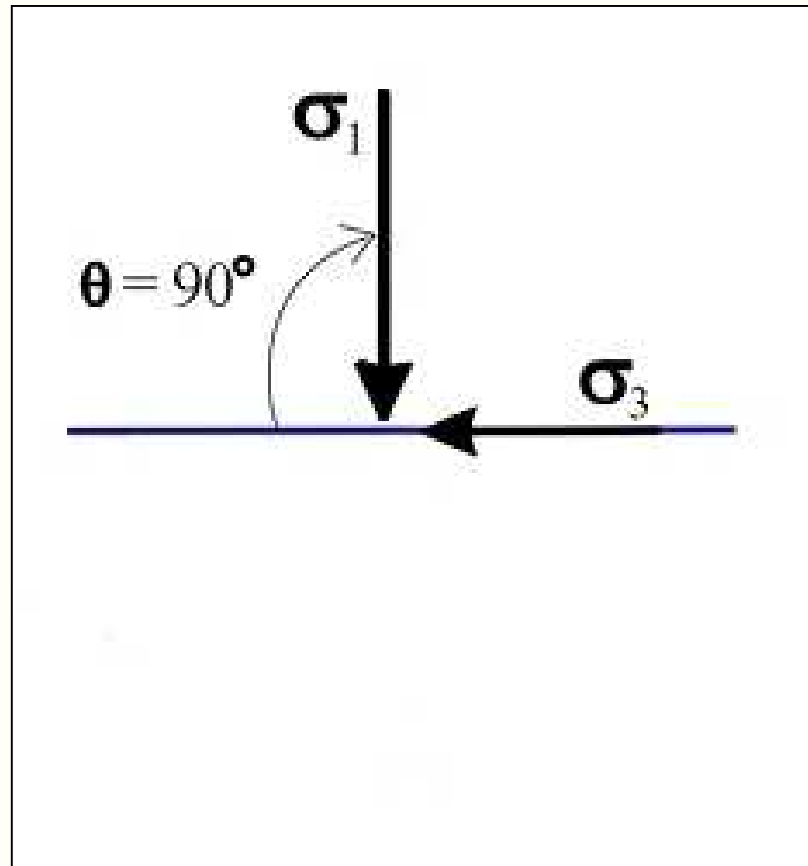
Na Mohrovom dijagramu naprezanja kut  $\theta$  se projicira u dvostrukoj vrijednosti ( $2\theta$ ). U našem primjeru, sukladno negativnom predznaku,  $\theta$  se projicira kao kut od  $-60^\circ$ , idući od središta kružnice u smjeru obrnutom od kretanja kazaljki sata.



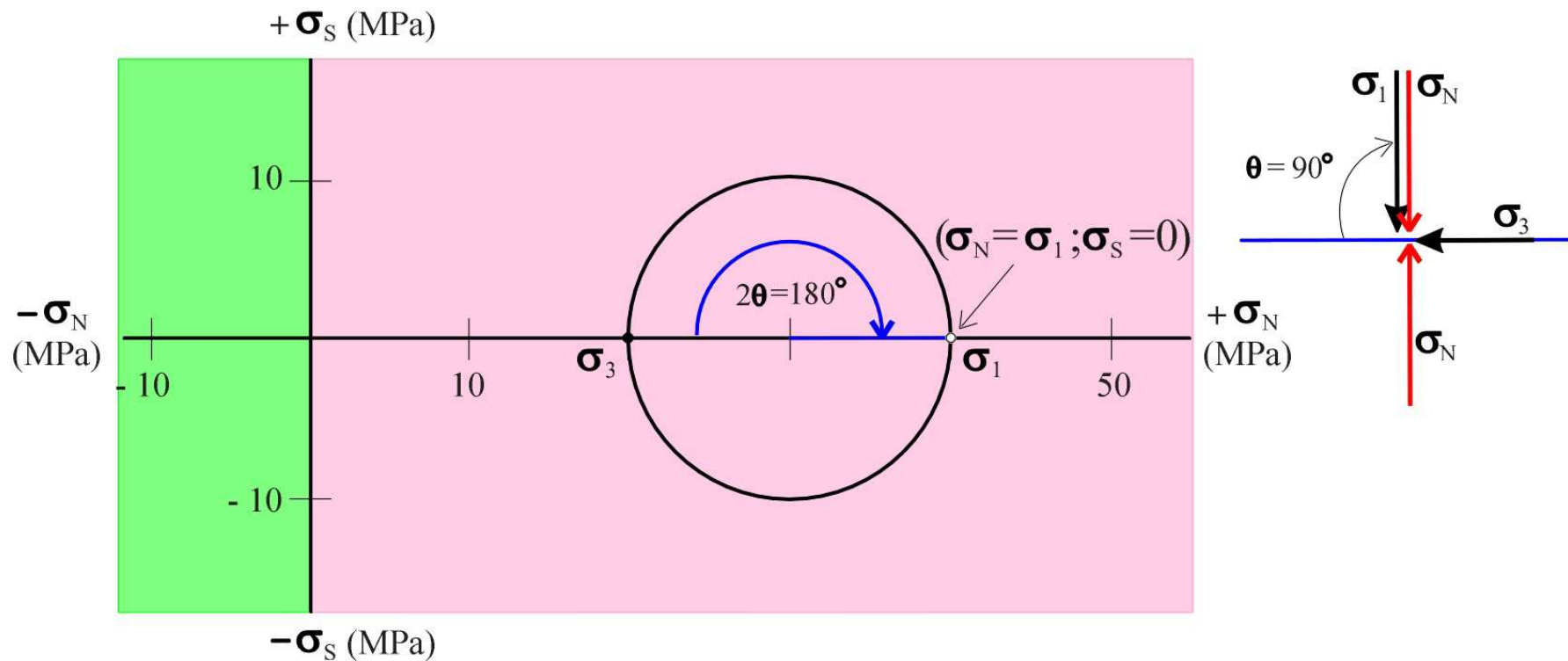
Iz točke na Mohrovoj kružnici u kojoj se sijeku radijus pod kutom  $2\theta$  i kružnica, ortogonalnom projekcijom na apscisu i ordinatu dijagrama dobivaju se vrijednosti vektora normalnog i posmičnog naprezanja ( $\sigma_N$  i  $\sigma_S$ ).



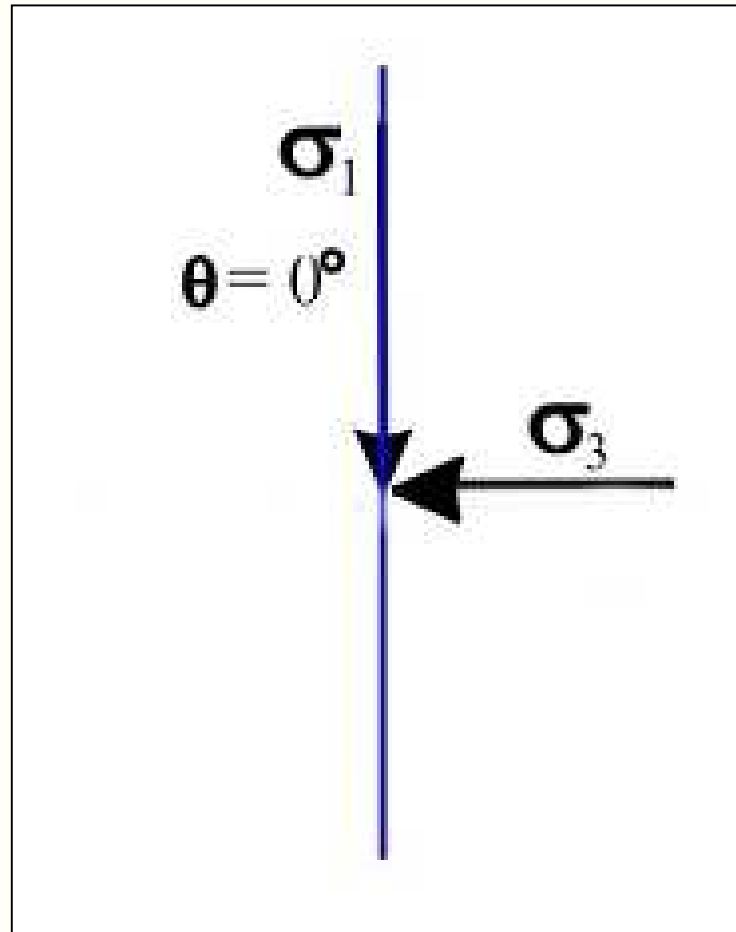
Primjer određivanja veličine vektora normalnog i posmičnog naprezanja ( $\sigma_N$  i  $\sigma_S$ ) u točki ravnine koja je okomita na os najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ).



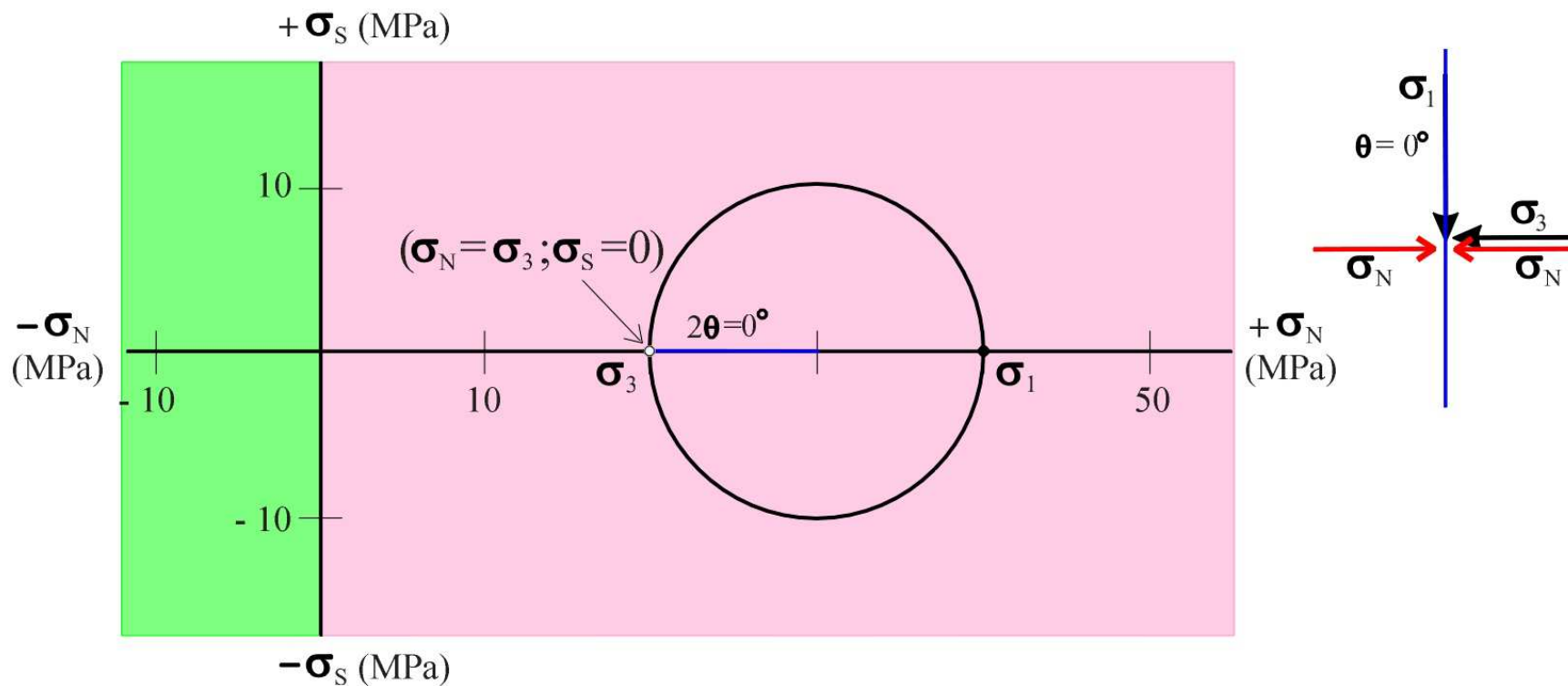
U točki koja leži u ravnini okomitoj na os najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ), veličina vektora normalnog naprezanja ( $\sigma_N$ ) upravo je jednaka veličini najvećeg naprezanja ( $\sigma_N = \sigma_1$ ). Ujedno, veličina posmičnog vektora naprezanja jednaka je nuli ( $\sigma_S = 0$ ).



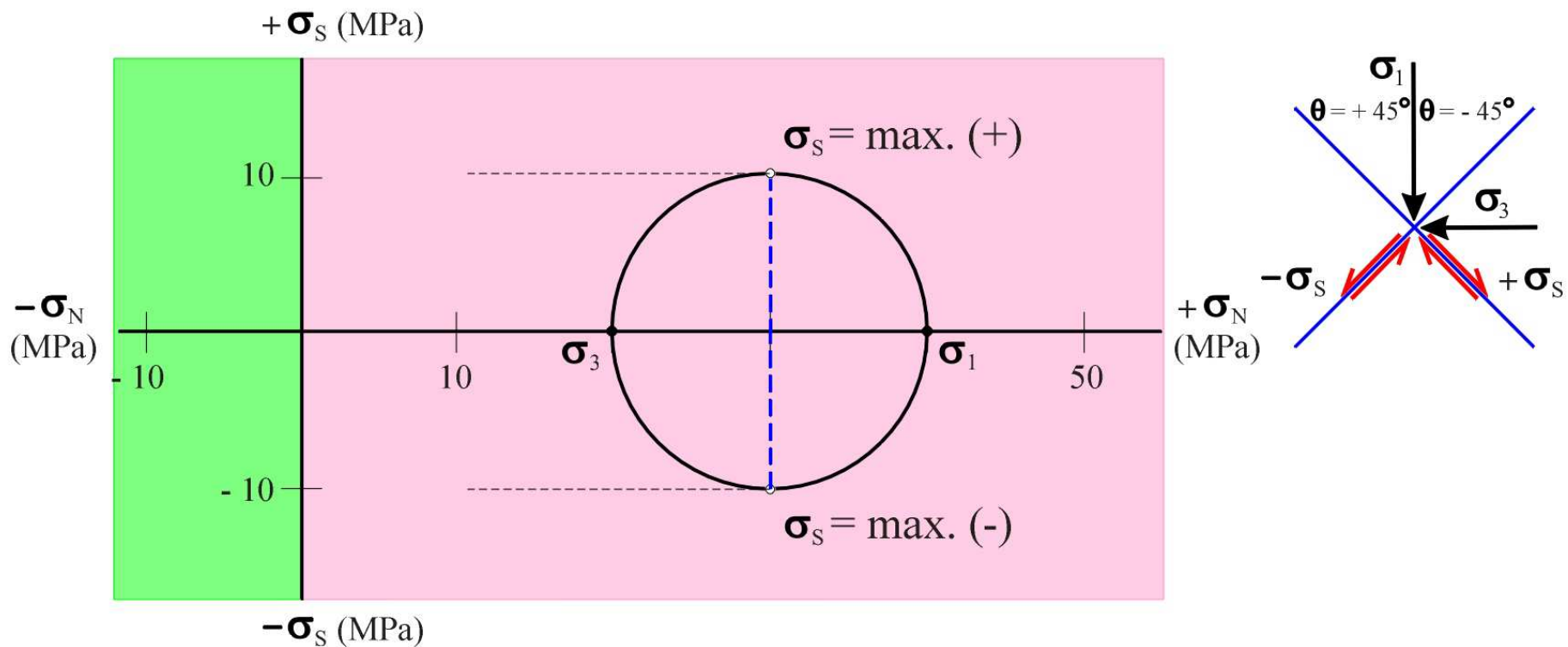
Primjer određivanja veličine vektora normalnog i posmičnog naprezanja ( $\sigma_N$  i  $\sigma_S$ ) u točki ravnine koja je paralelna s osi najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ).



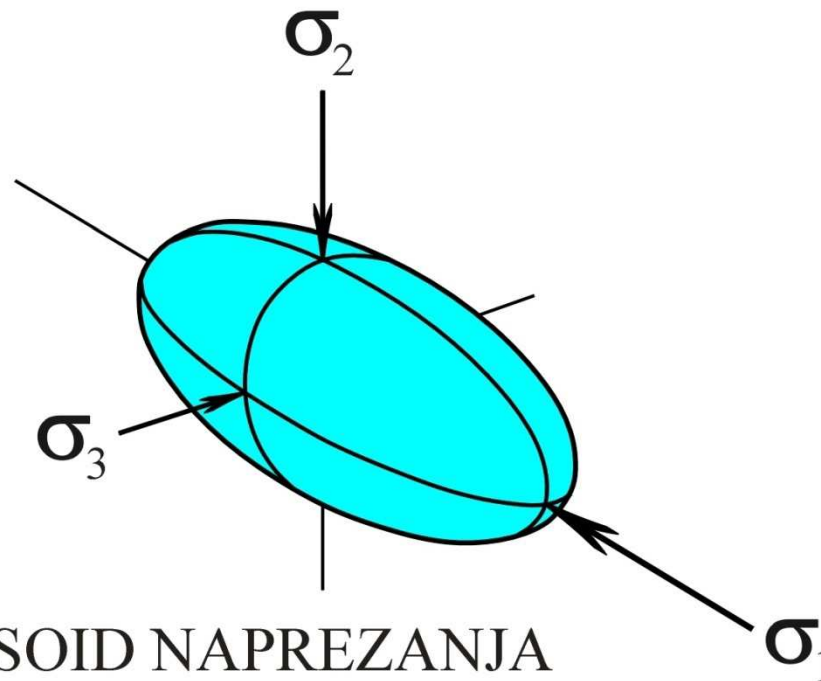
U točki koja leži u ravnini paralelnoj na os najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ), veličina vektora normalnog naprezanja ( $\sigma_N$ ) upravo je jednaka veličini najmanjeg naprezanja ( $\sigma_N = \sigma_3$ ). Ujedno, veličina posmičnog vektora naprezanja jednaka je nuli ( $\sigma_S = 0$ ).



Iz dijagrama je vidljivo da su ravnine po kojim će vektori posmičnog naprezanja ( $\sigma_s$ ) imati najveće vrijednosti, upravo one koje s osi najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ ) zatvaraju kut od  $45^\circ$ .



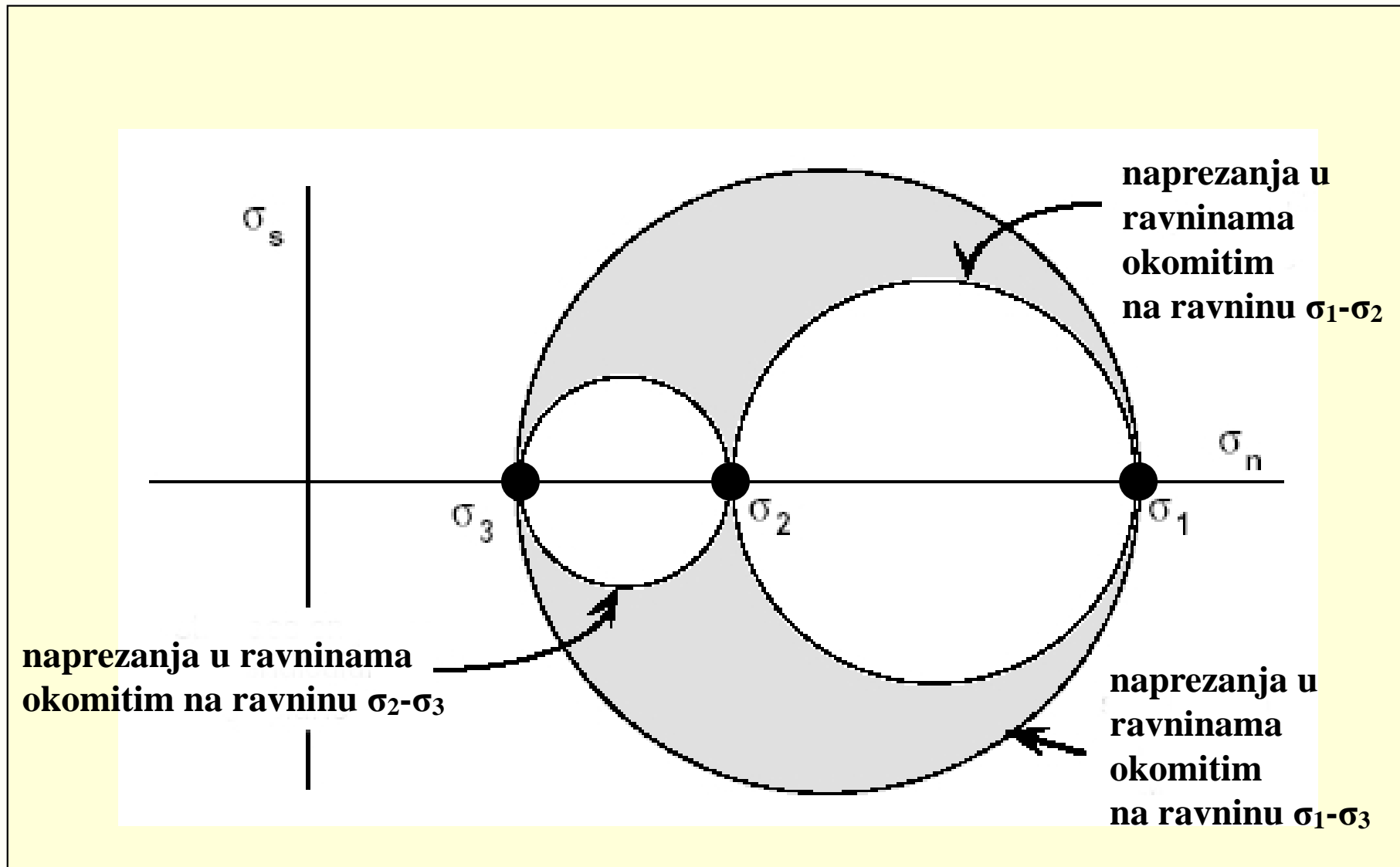
U 3D prostoru stanje naprezanja u točki iskazuje se elipsoidom naprezanja. Osim osi najvećeg ( $\sigma_1$ ) i najmanjeg naprezanja ( $\sigma_3$ ), ovaj elipsoid definira i treća os, tj. os srednjeg naprezanja ( $\sigma_2$ ). Posmična komponenta naprezanja duž sve tri osi također je jednaka nuli ( $\sigma_5 = 0$ ).



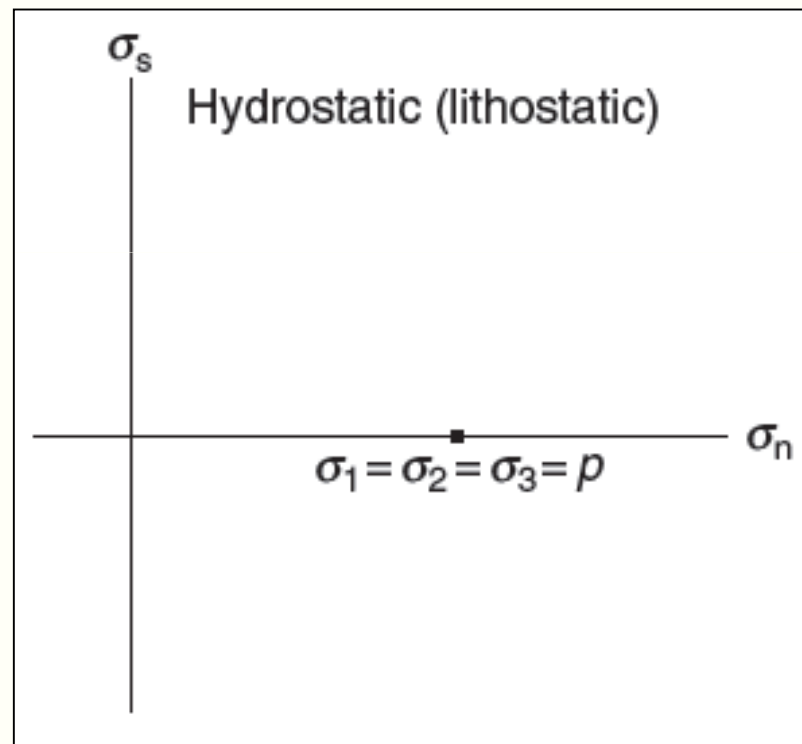
ELIPSOID NAPREZANJA  
(eng. *stress ellipsoid*)



# Mohrov dijagram troosnog naprezanja



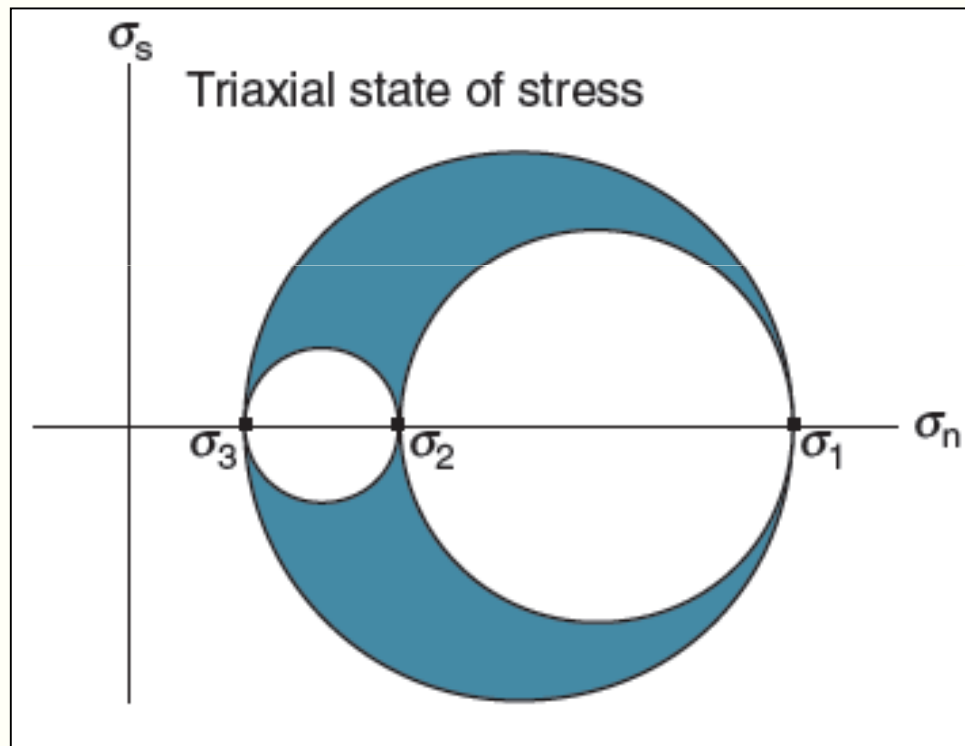
**Izotropno, hidrostatsko i litostatsko naprezanje** su naprezanja kod kojih vrijedi da je  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Dakle, normalne komponente naprezanja ( $\sigma_N$ ) jednakih su veličina u svim smjerovima, pa je u takvom polju naprezanja posmična komponenta naprezanja jednaka nuli ( $\sigma_S = 0$ ). "Elipsoid" naprezanja stoga ima oblik kugle.



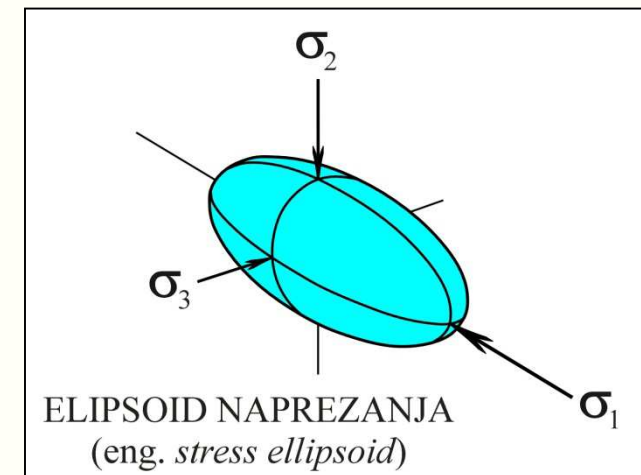
(iz Fossen, 2010)



Polje naprezanja u Zemljinoj kori najčešće odgovara **anizotropnom, troosnom naprezanju**, koje definiraju tri glavne osi elipsoida naprezanja, međusobno različitih veličina.



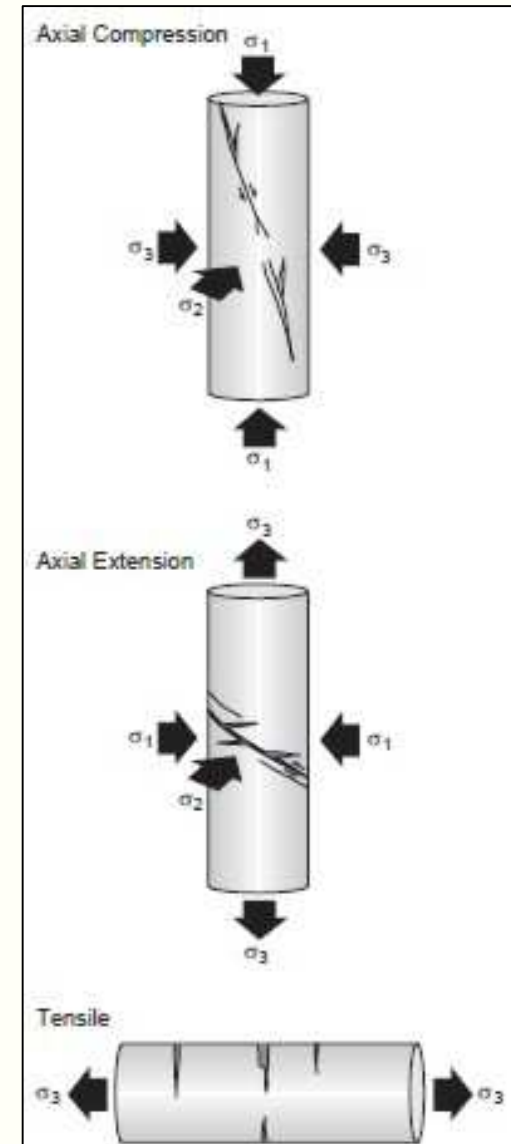
(iz Fossen, 2010)



Dinamička analiza realnih struktura nastalih u domeni krte deformacije, u velikoj se mjeri temelji na rezultatima laboratorijskih, geomehaničkih ispitivanja na uzorcima stijena.

Rezultati ovih ispitivanja u pravilu se prikazuju pomoću dijagrama naprezanja i deformacije (engl. *stress - strain diagrams*), i značajno su pridonjeli spoznaji o ponašanju stijena u različitim uvjetima naprezanja, temperature, pornog tlaka i dr.

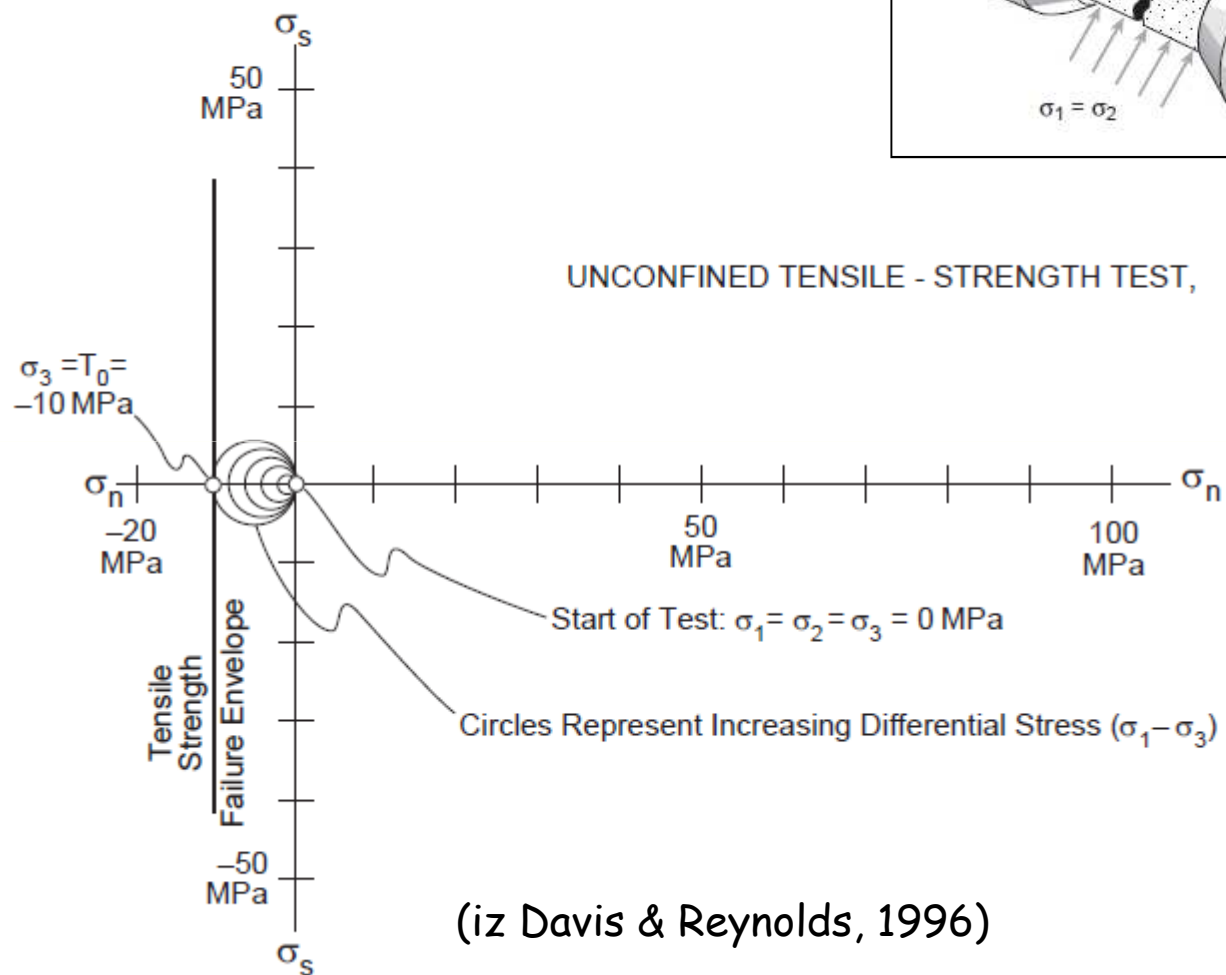
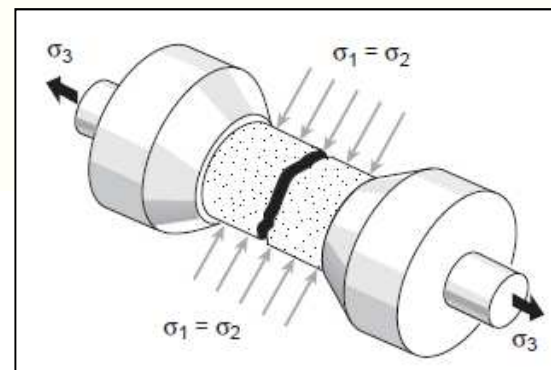
Vidi u poglavlju  
“Uvod - deformacijske strukture” !!!



(iz Davis & Reynolds, 1996)



## Ispitivanje vlačne čvrstoće:

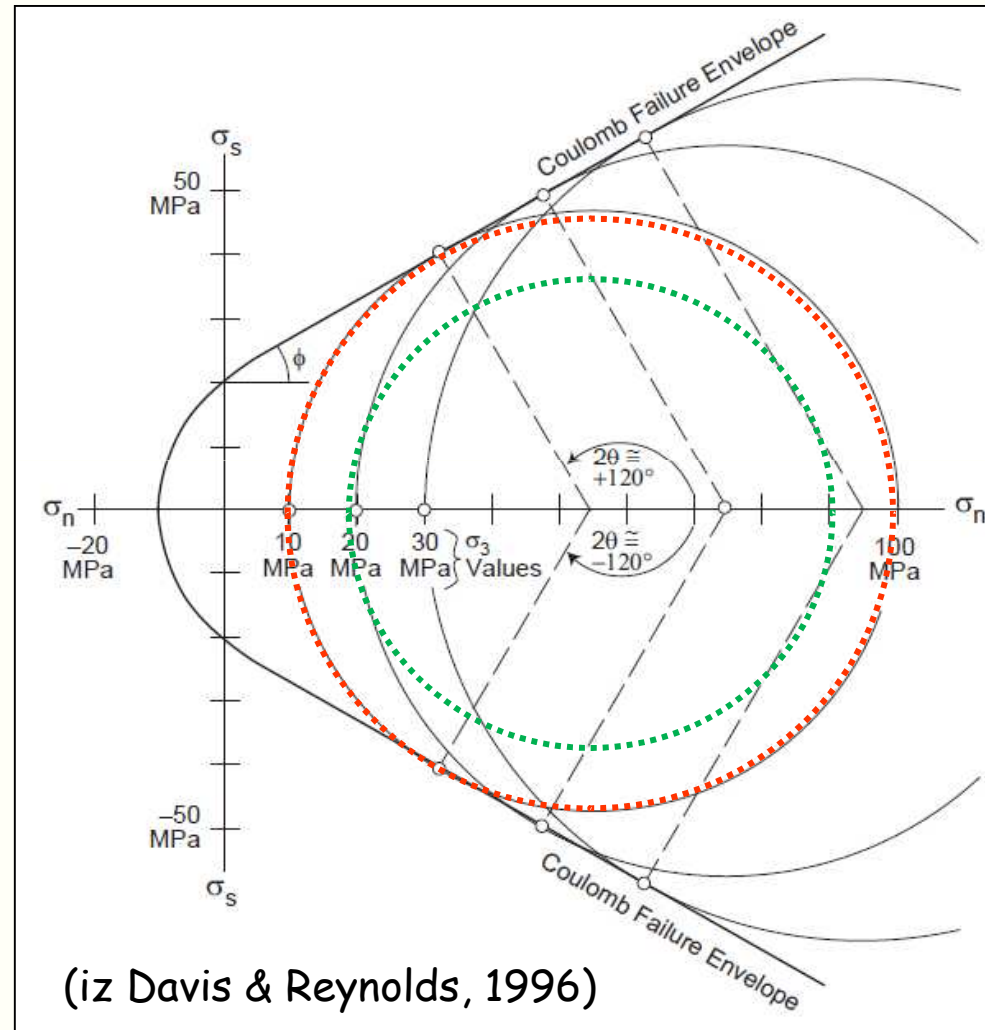


U trenutku kad se premaši vlačna čvrstoća stijene ( $T_0$ ), u stijeni dolazi do loma uz nastanak pukotine paralelne s osi  $\sigma_1$ , a okomite na os  $\sigma_3$ . Na taj način nastaju vlačne pukotine ili pukotine tipa I.



## Ispitivanje tlačne čvrstoće:

Opetovanim ispitivanjem tlačne čvrstoće na uzorcima iste stijene, a pri različitim vrijednostima bočnih naprezanja, za tu stijenu određuje se **anelopa sloma**, (engl. Failure envelope) koja na Mohrovom dijagramu diferencijalnog naprezanja omeđuje polje stabilnosti (npr. zelena kružnica) od polja loma (npr. crvena kružnica).



# Mohr-Coulombov zakon sloma (Coulomb, 1773; Mohr, 1900)

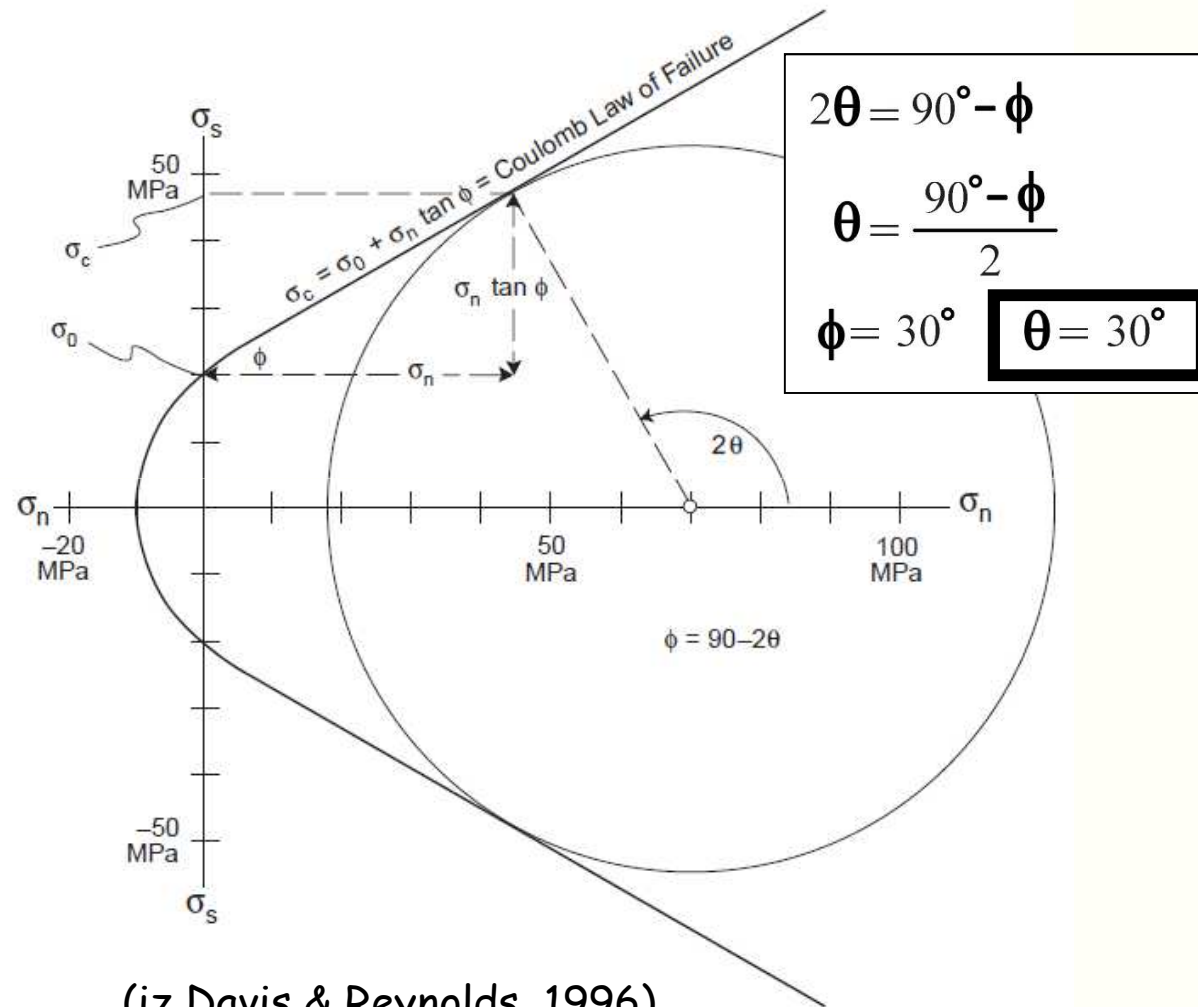
je zakon koji definira specifične uvjete pod kojim se, u uvjetima tlačnog naprezanja, u stijenama formiraju smične pukotine (rasjedi).  
Zakon izražava jednadžba:

$$\sigma_c = \sigma_0 + \sigma_n \operatorname{tg} \Phi,$$

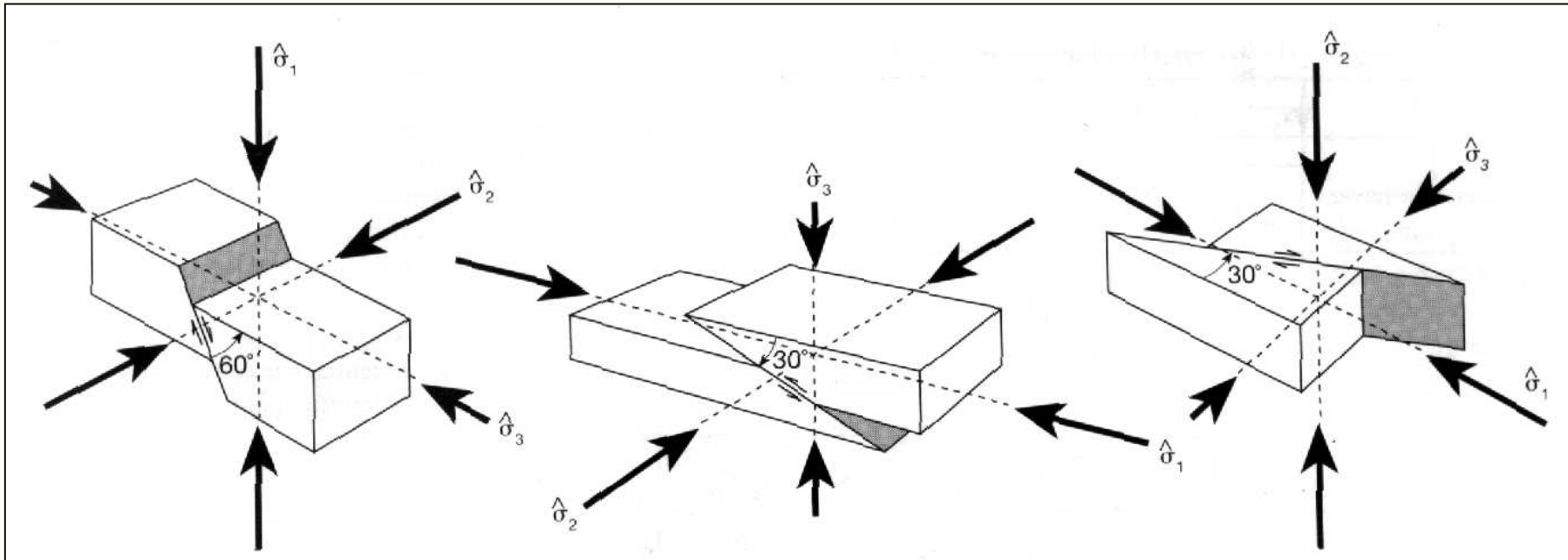
gdje je:

- $\sigma_c$  = posmična čvrstoća
- $\sigma_0$  = kohezivna čvrstoća
- $\Phi$  = kut unutarnjeg trenja (25 - 35°)
- $\operatorname{tg} \Phi$  = koeficijent unutarnjeg trenja (0.466 - 0.700)

## Anvelopa sloma za tipični pješčenjak



## Andersonova teorija rasjedanja:



(iz Twiss & Moores, 1992)

**Normalni rasjedi** nastat će pri naprezanjima kod kojih je najdulja osi ( $\sigma_1$ ) vertikalne orijentacije, a druge dvije osi ( $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ ) su horizontalne orijentacije.

**Reversni rasjedi** nastat će pri naprezanjima kod kojih je najkraća os ( $\sigma_3$ ) vertikalne orijentacije, a druge dvije osi ( $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ ) su horizontalne orijentacije.

**Lijevi i desni rasjedi** nastat će pri naprezanjima kod kojih je srednja os ( $\sigma_2$ ) vertikalne orijentacije, a druge dvije osi ( $\sigma_1$  i  $\sigma_3$ ) su horizontalne orijentacije.



## Međutim, zašto često u stijenama nalazimo normalne rasjede blaže, a reversne rasjede strmije nagnute od teorijski predviđenih?

Neki od mogućih odgovora:

- A. Zato što rasjedna ploha, gledajući u profilu, može mijenjati kut nagiba s obzirom na promjenu litološkog sastava stijena koje izgrađuju Zemljinu koru, odnosno zbog različitih mehaničkih svojstava stijena (npr. različit kut unutrašnjeg trenja)
- B. Zbog naknadne rotacije rasjeda (iz blažeg u strmiji nagib ili obratno) do koje je došlo nakon njihova formiranja;
- C. Zbog toga što je moguće da se rasjedanjem reaktivira ploha nekog starijeg, ranije stvorenog rasjeda (npr. ranije stvorenog normalnog rasjeda koji se reaktivira kao reversni rasjed i sl.). U tom slučaju reaktivirani rasjed zadržat će orijentaciju ranije stvorene rasjedne plohe.



**Dinamička analiza smičnih pukotina i rasjeda,  
odnosno određivanje orijentacije glavnih osi elipsoida  
naprezanja na temelju orijentacije i pomaka po smičnim  
plohama (pukotinama ili rasjedima)**

Temeljna pravila (vidi slajdove 31 i 32):

1. **Os najvećeg naprezanja ( $\sigma_1$ )** je simetrala oštrog kuta među konjugiranim smičnim plohama. S obzirom da je veličina toga kuta najčešće  $60^\circ$ , ta os sa svakom pojedinom smičnom plohom zatvara kut od  $30^\circ$ .
2. **Srednja os naprezanja ( $\sigma_2$ )** je presječnica dviju konjugiranih smičnih ploha (dakle ova os je njihova beta-presječnica). Ova os leži u svakoj pojedinoj smičnoj plohi i to okomito na lineaciju strija. To znači da u stereografskoj projekciji smične plohe, pol koji označava orijentaciju srednje osi naprezanja uvijek leži na tragu smične plohe, otklonjen od pola strija za  $90^\circ$ .



**Dinamička analiza smičnih pukotina i rasjeda,  
odnosno određivanje orijentacije glavnih osi elipsoida  
naprezanja na temelju orijentacije i pomaka po smičnim  
plohama (pukotinama ili rasjedima)**

Temeljna pravila (vidi slajdove 31 i 32):

- 3. Os najmanjeg naprezanja ( $\sigma_3$ ) je simetrala tupog kuta među konjugiranim smičnim plohama. S obzirom da je veličina toga kuta najčešće  $120^\circ$ , ta os sa svakom pojedinom smičnom plohom zatvara kut od  $60^\circ$ .**
- 4. Na kraju treba se još jednom podsjetiti da su sve tri osi međusobno okomite, dakle svaka od njih je normala na ravninu u kojoj leže druge dvije osi (npr. os  $\sigma_2$  je normala na ravninu  $\sigma_1$ - $\sigma_3$ ).**

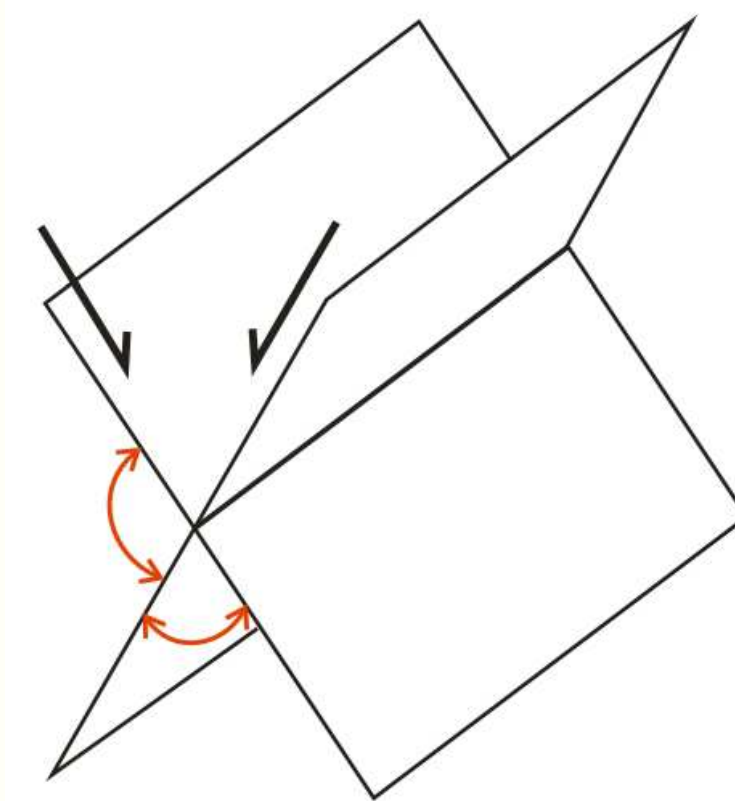
Pomoću stereografske projekcije, služeći se navedenim pravilima, možemo jednostavno i brzo odrediti orijentaciju glavnih osi polja naprezanja u kojem su nastali rasjedi ili smične pukotine, a za koje nam je poznata njihova orijentacija te orijentacija i karakter vektora pomaka.



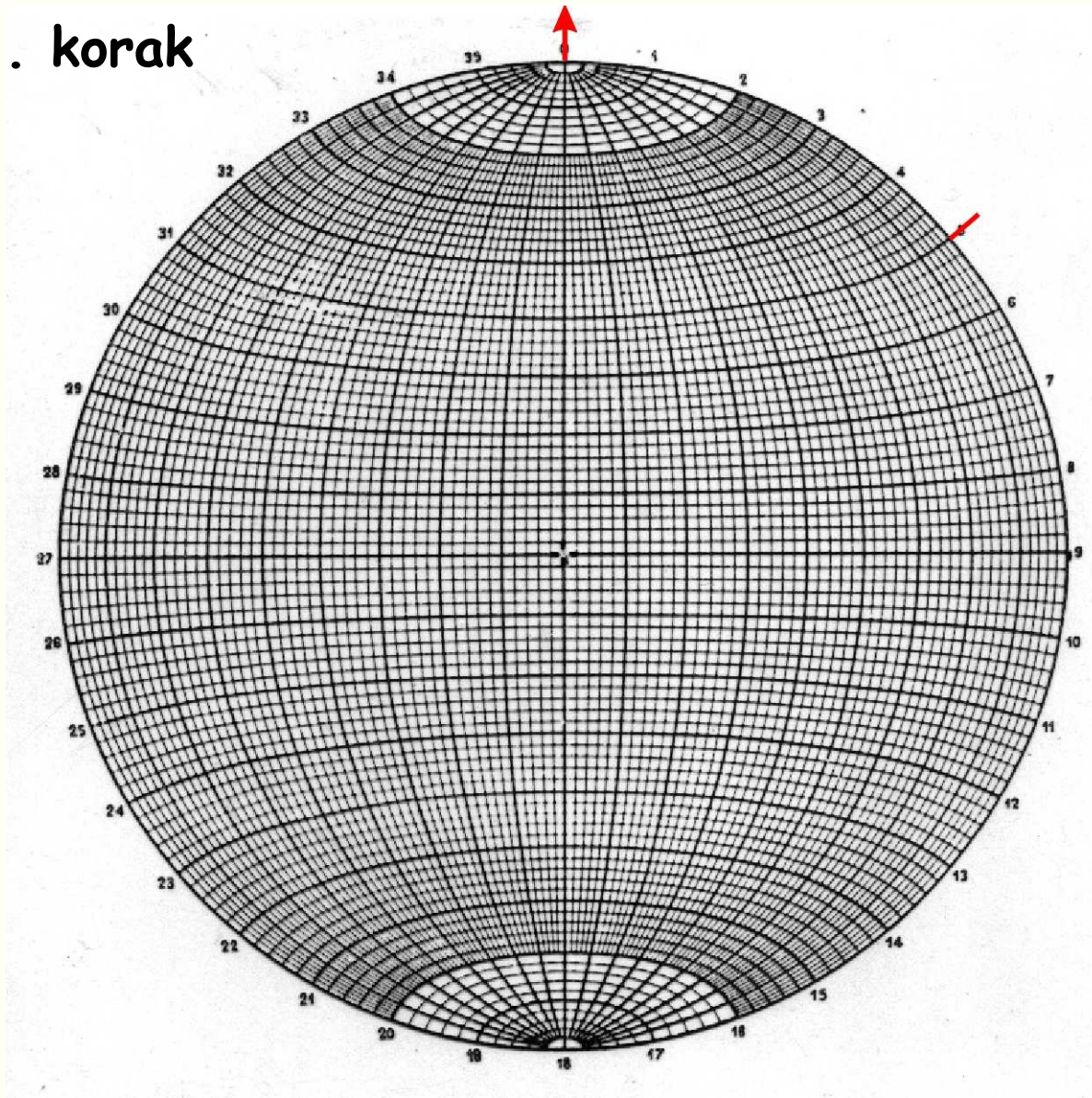
Za prvi primjer, proračunajmo orijentaciju glavnih osi polja naprezanja u kojem je stvoren konjugirani par normalnih rasjeda čija je orijentacija:

$$R1 = 50/60$$

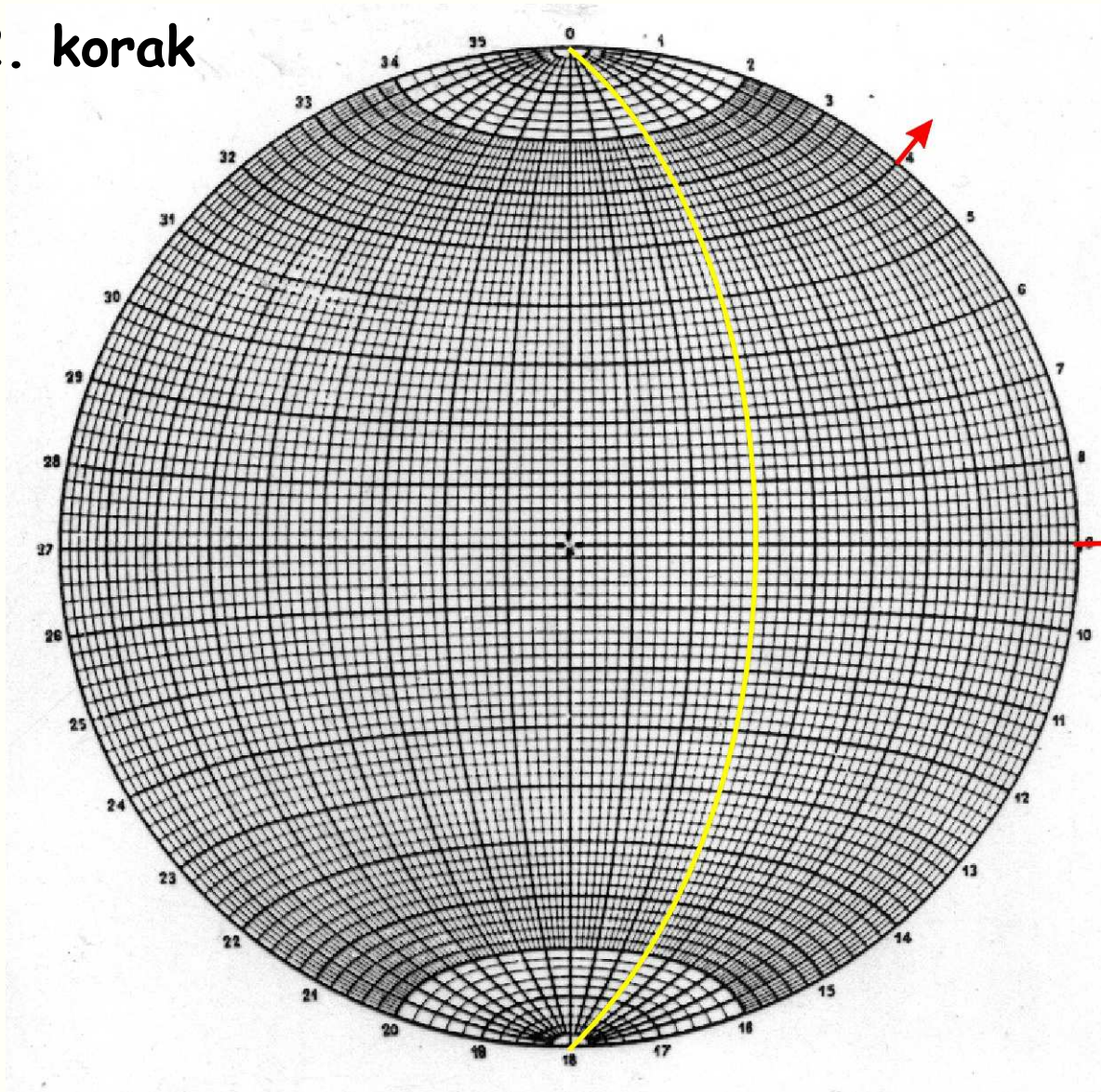
$$R2 = 230/60$$



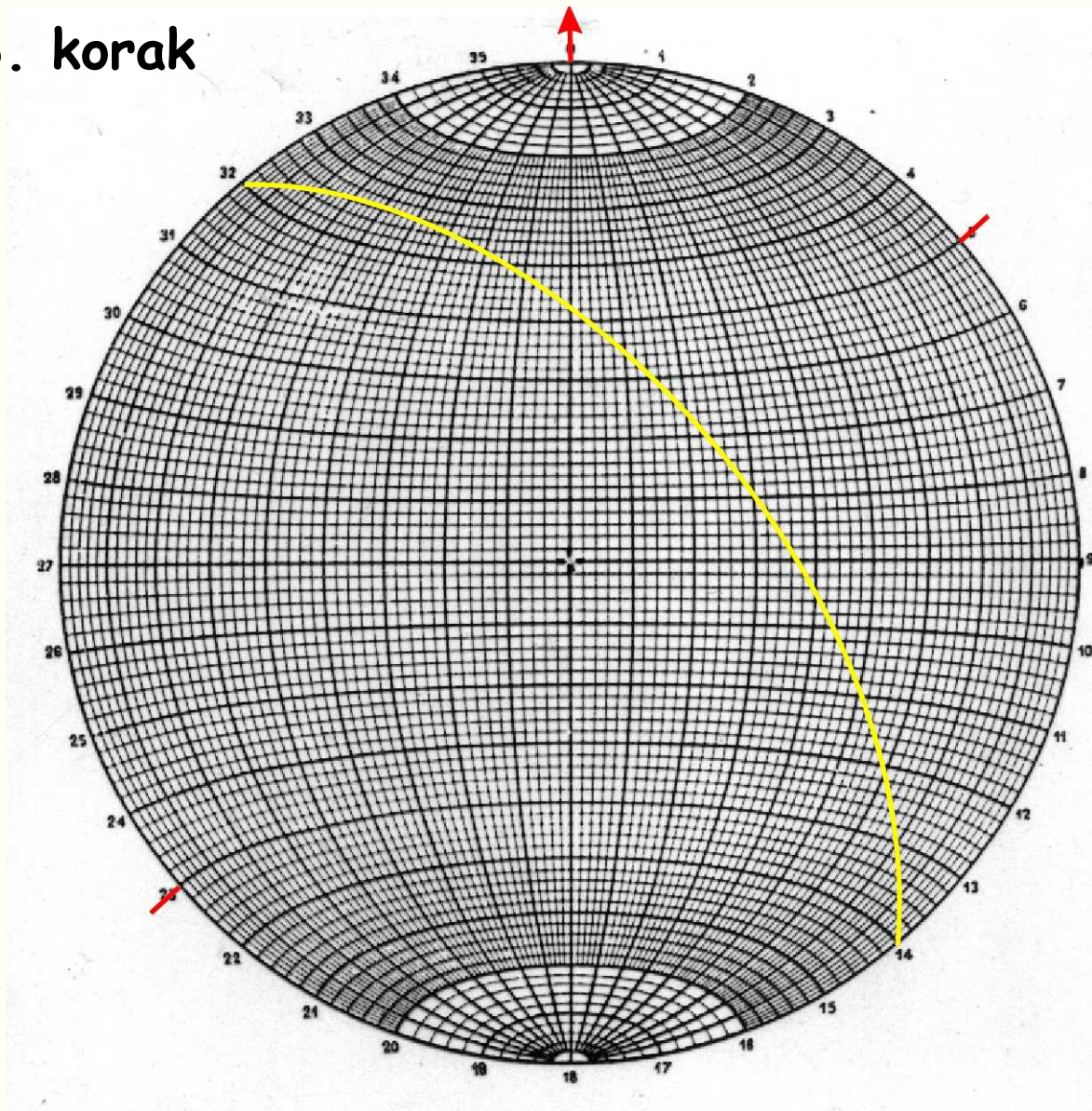
# Rješenje: 1. korak



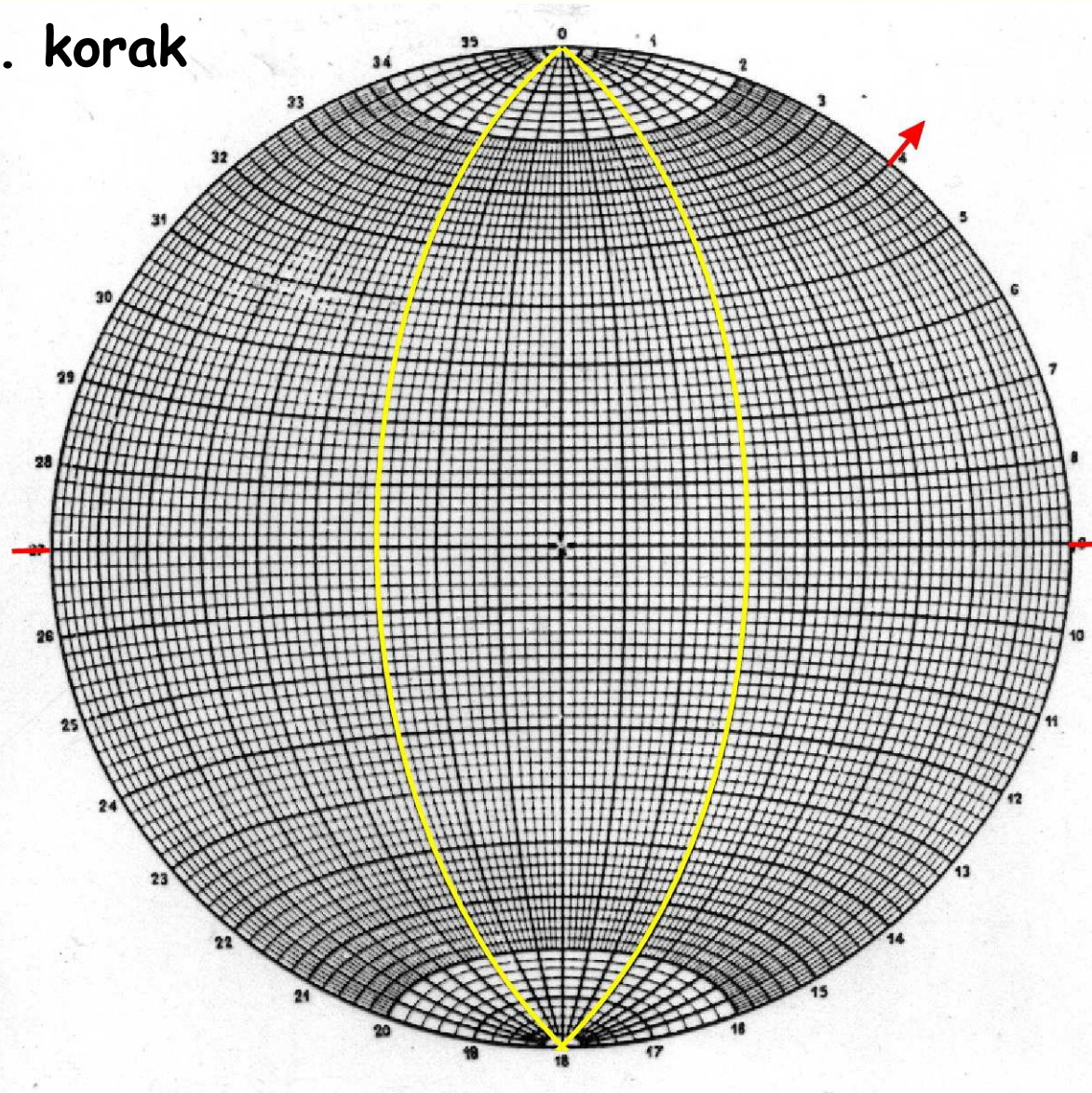
# Rješenje: 2. korak



# Rješenje: 3. korak

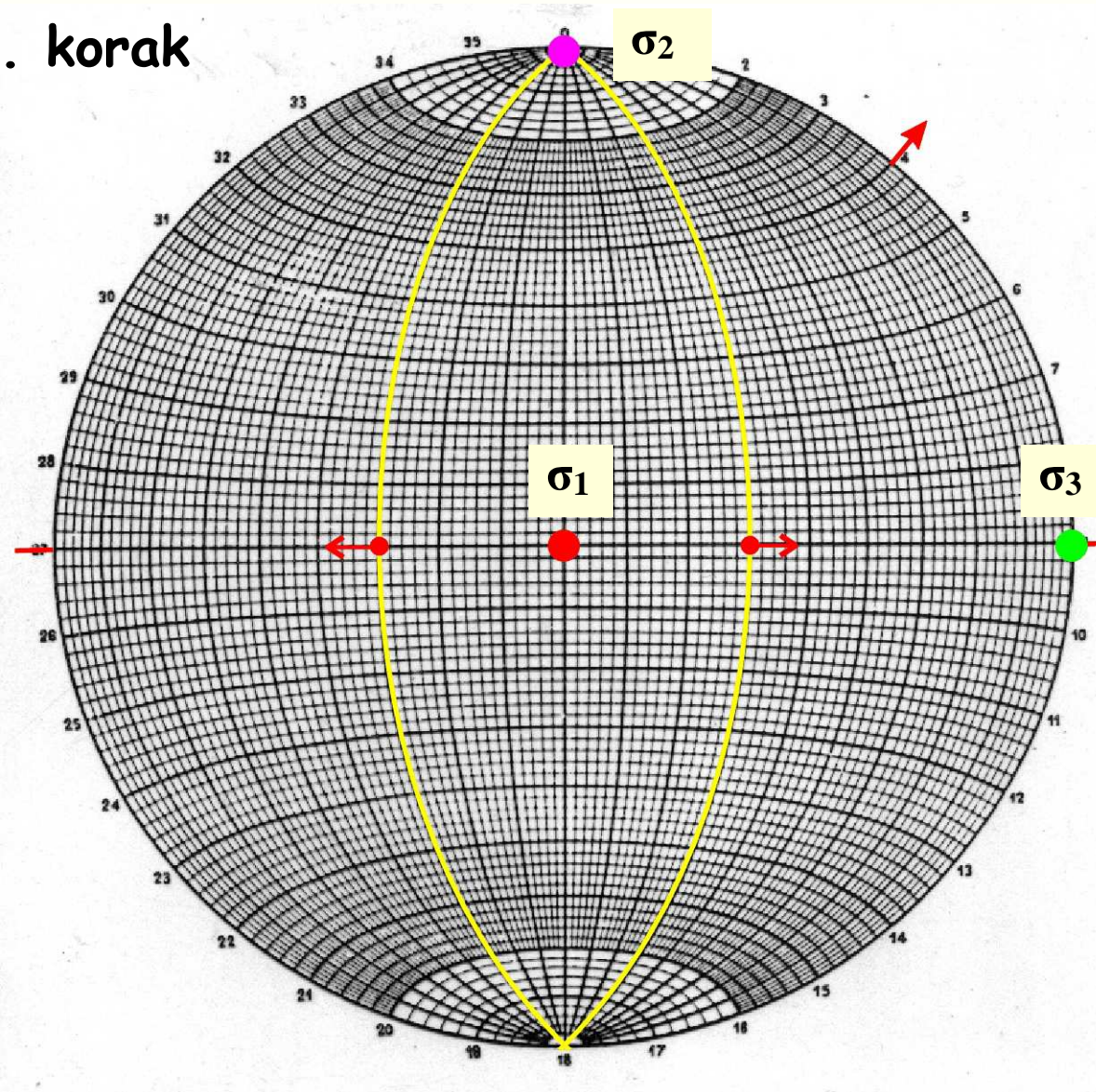


# Rješenje: 4. korak

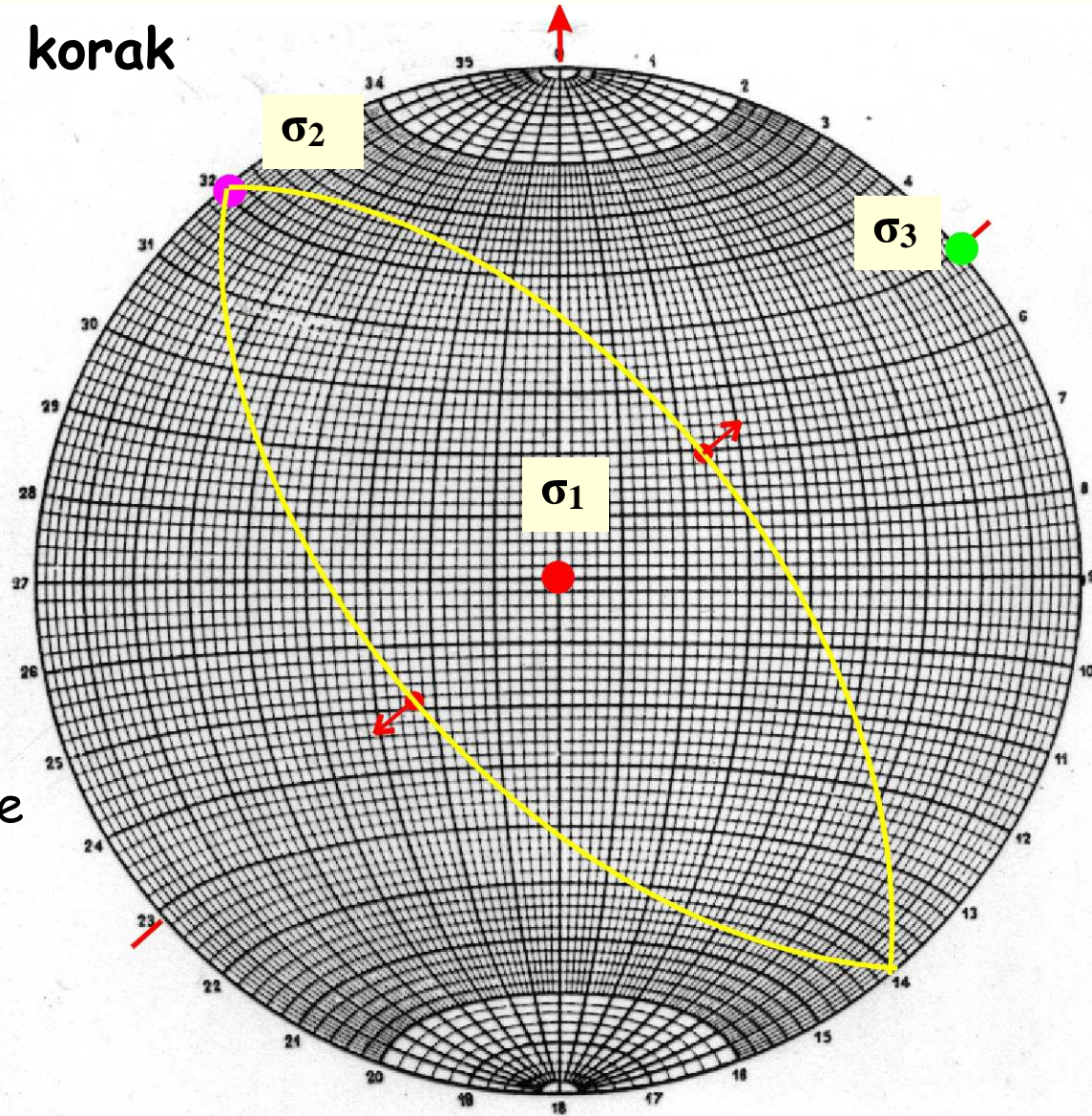




# Rješenje: 5. korak



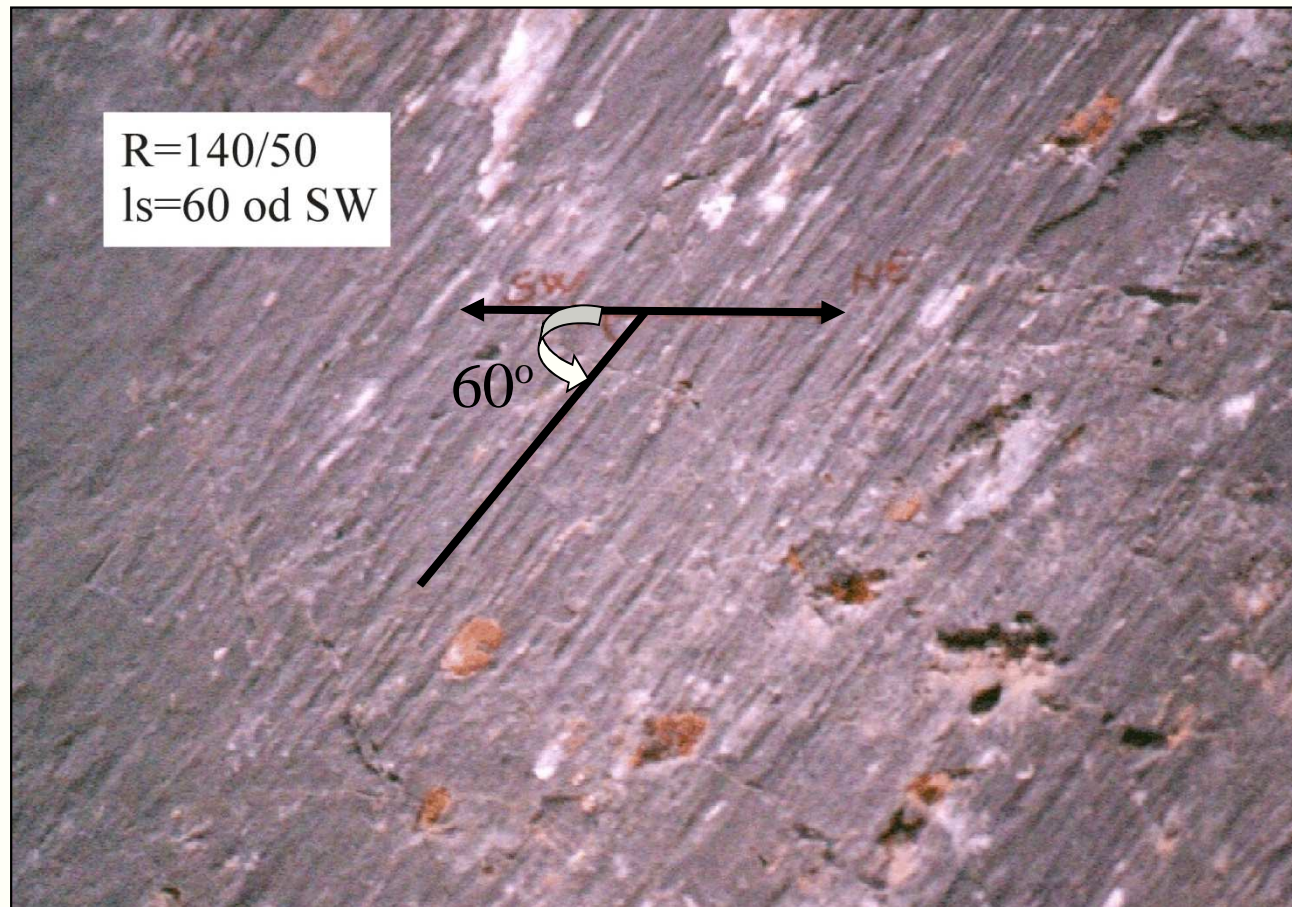
## Rješenje: 6. korak



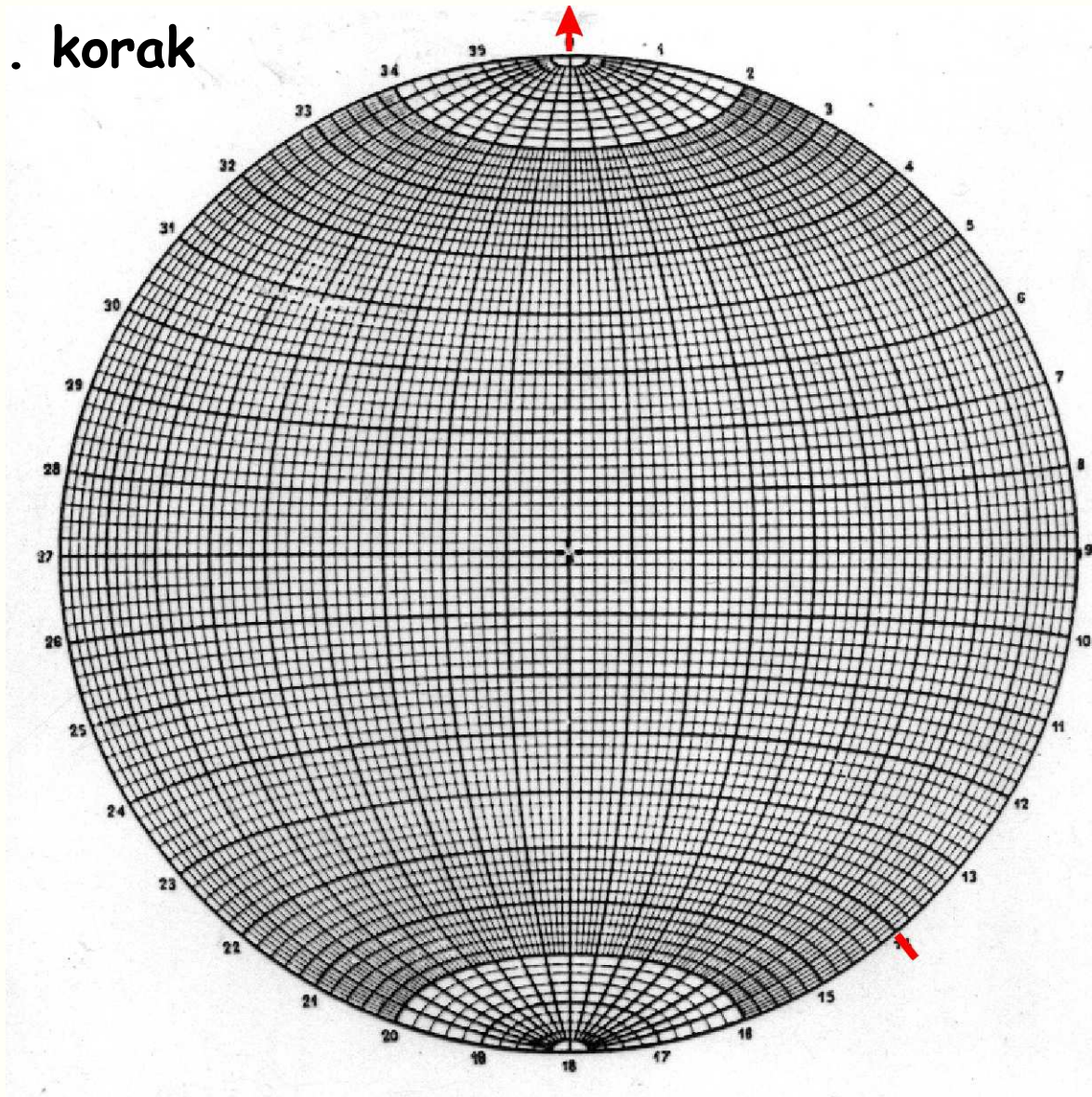
Na kraju preostaje pomoću mreže očitati orijentaciju triju osi naprezanja!



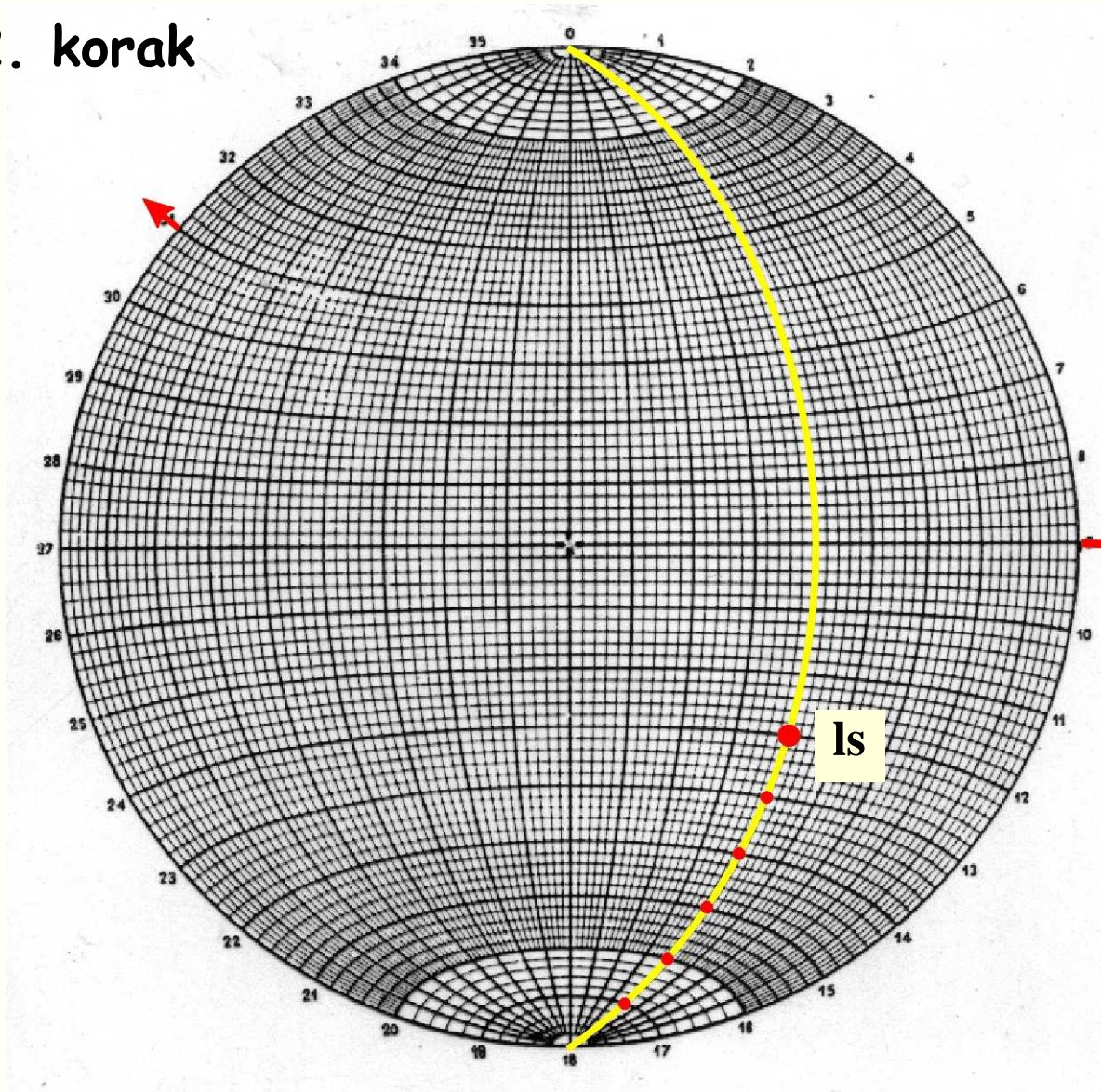
Kao drugi primjer, proračunajmo orijentaciju glavnih osi polja naprezanja u kojem je u badenskim kalkarenitima koje danas nalazimo na Dilj Gori stvoren **normalni rasjed** (R), sa smjerom i kutom nagiba 140/50, i lineacijom strija (ls) pod kutom odklona od  $60^\circ$  mjenjenim od SW pružanja rasjeda!



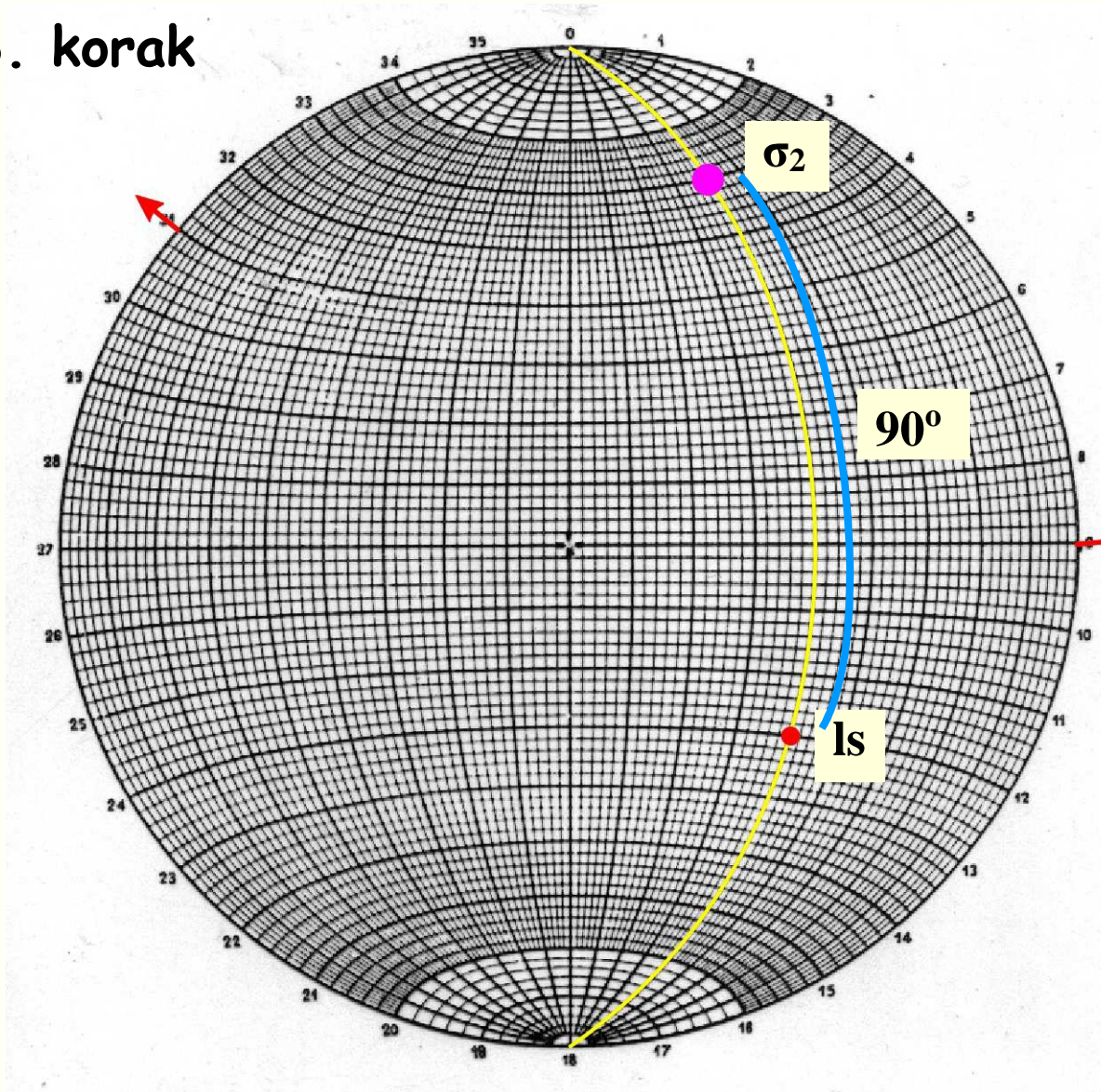
# Rješenje: 1. korak



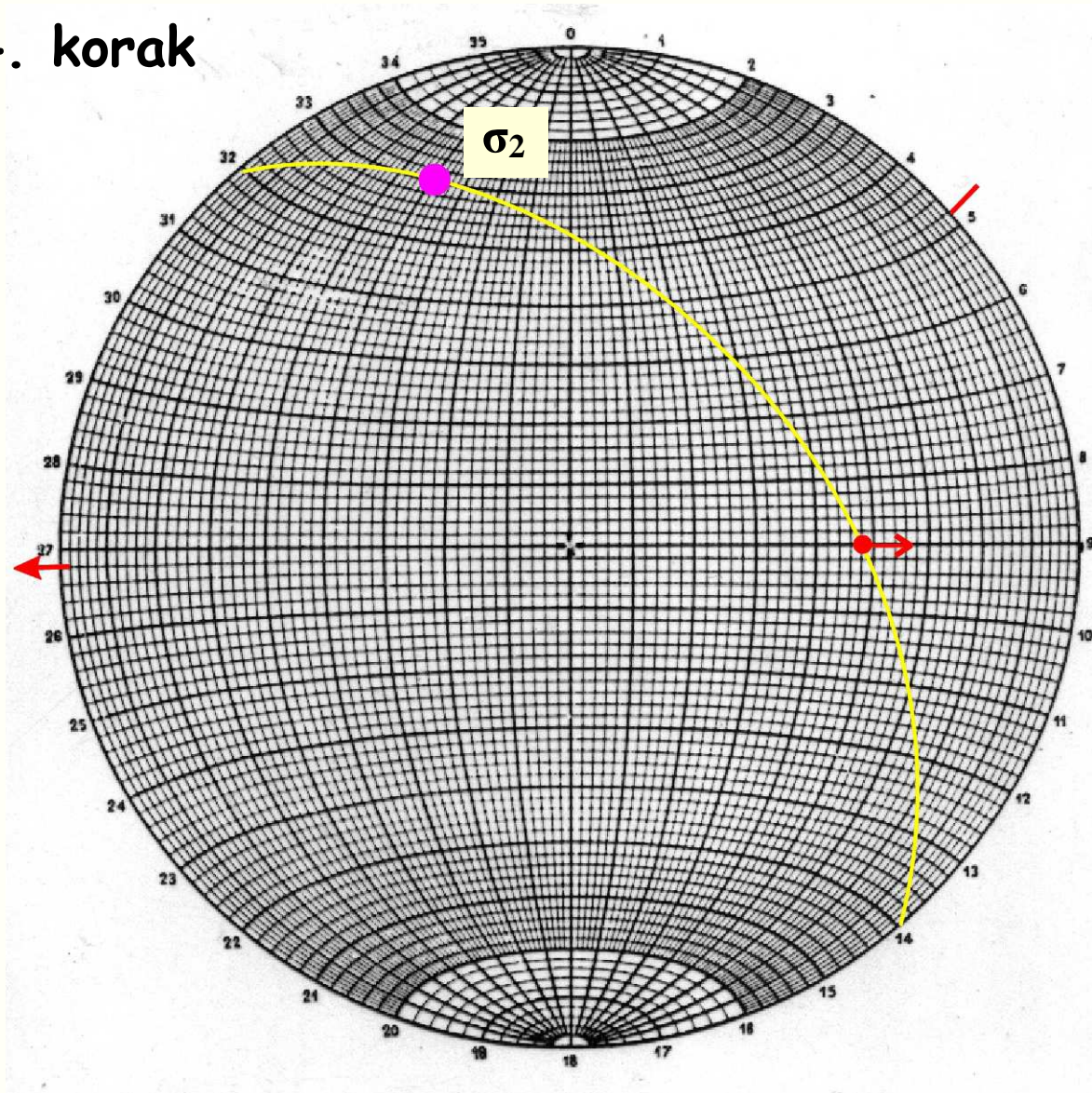
# Rješenje: 2. korak



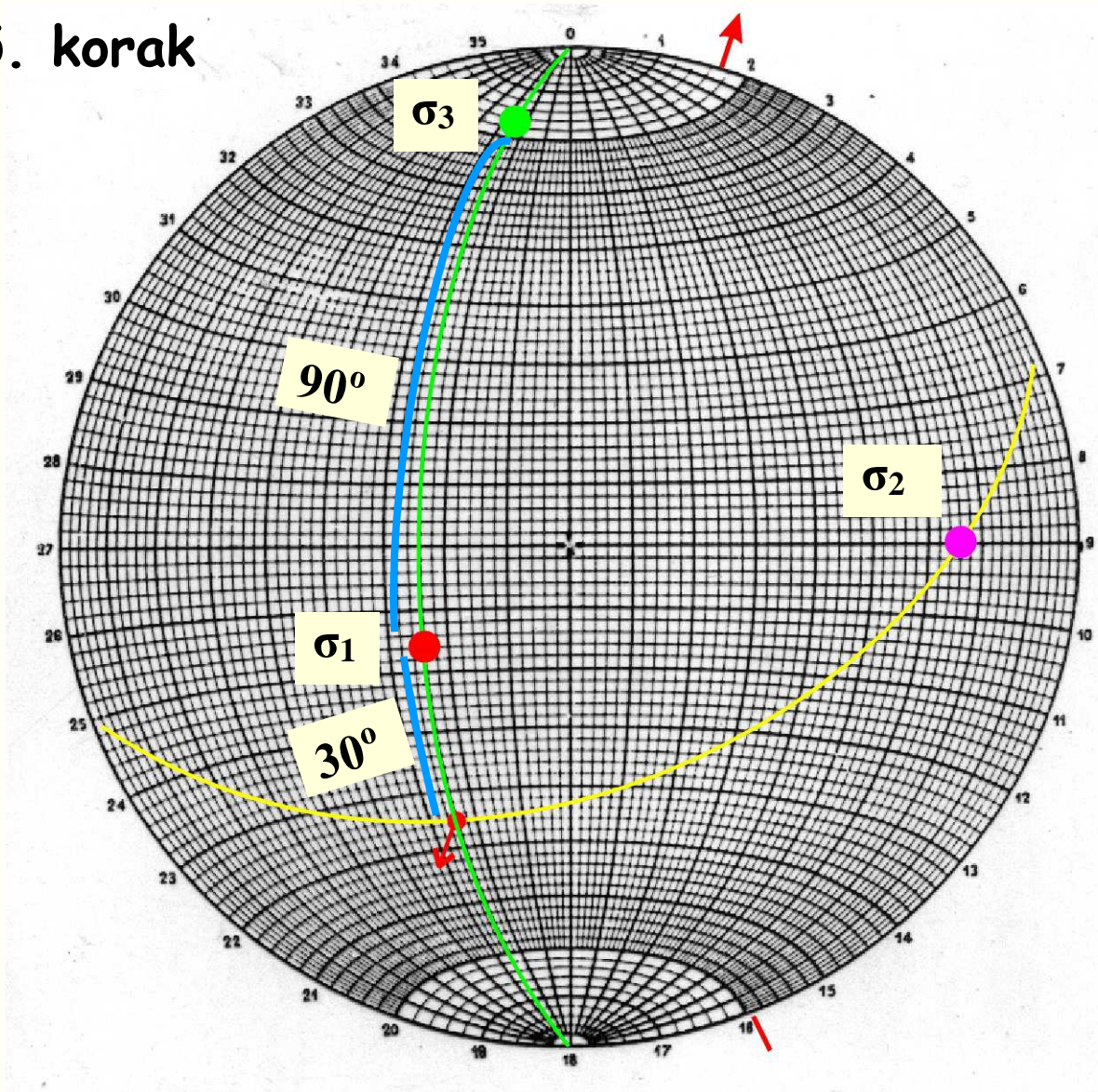
# Rješenje: 3. korak



# Rješenje: 4. korak

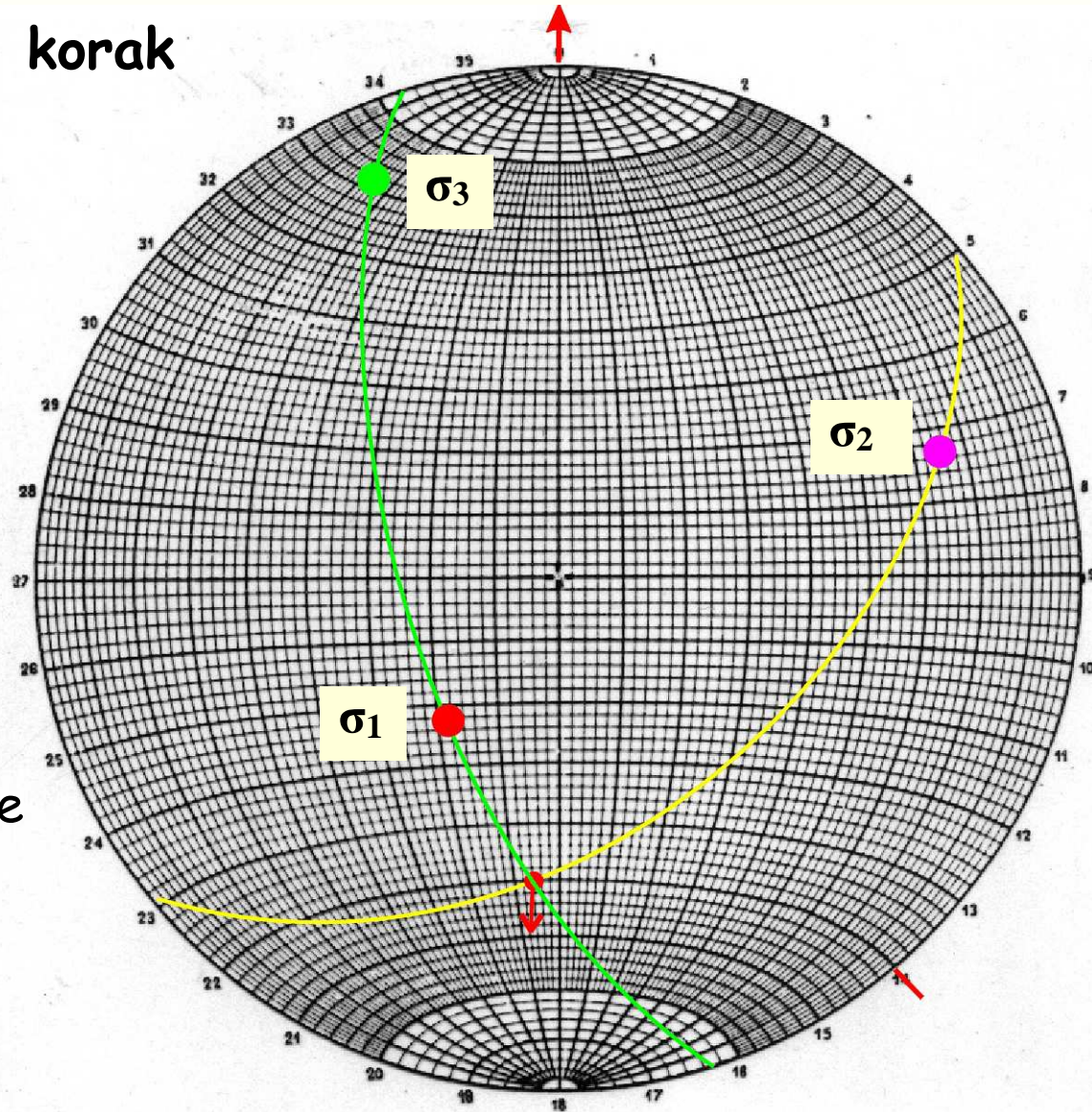


# Rješenje: 5. korak





## Rješenje: 6. korak



Na kraju preostaje pomoću mreže očitati orijentaciju triju osi naprezanja!



## IZVORI SLIKA I CRTEŽA:

- Davis, G.H. & Reynolds, S.J. (1996): *Structural Geology of Rocks and Regions*.- John Wiley & Sons, Inc., New York, 776 str.
- Fossen, H. (2010): *Structural Geology*.- Cambridge University Press, 463 str.
- Fossen, H. & Johansen, T.E.S. (2005): *Structural geology: e-learning modules*.- <http://billy.geo.uib.no/struct/emodules.html>
- Twiss, R.J. & Moores, E.M. (1992): *Structural geology*.- W.H. Freeman & Co., New York, 532. str.

**SRETNO !**

